



Ensinando Frações

com cartões de papel e perguntas chaves



Cássio André Sousa da Silva
José Roberto da Silva Martins



Todo o conteúdo apresentado neste livro é de
responsabilidade do(s) autor(es).
Esta obra está licenciada com uma Licença
Creative Commons Atribuição-SemDerivações
4.0 Internacional.

Conselho Editorial

Prof. Dr. Ednilson Sergio Ramalho de Souza - UFOPA
(Editor-Chefe)
Prof. Dr. Laecio Nobre de Macedo-UFMA
Prof. Dr. Aldrin Vianna de Santana-UNIFAP
Prof^a. Dr^a. Raquel Silvano Almeida-Unespar
Prof. Dr. Carlos Erick Brito de Sousa-UFMA
Prof^a. Dr^a. Ilka Kassandra Pereira Belfort-Faculdade Laboro
Prof^a. Dr. Renata Cristina Lopes Andrade-FURG
Prof. Dr. Elias Rocha Gonçalves-IFF
Prof. Dr. Clézio dos Santos-UFRRJ
Prof. Dr. Rodrigo Luiz Fabri-UFJF
Prof. Dr. Manoel dos Santos Costa-IEMA
Prof.^a Dr^a. Isabella Macário Ferro Cavalcanti-UFPE
Prof. Dr. Rodolfo Maduro Almeida-UFOPA
Prof. Dr. Deivid Alex dos Santos-UEL
Prof.^a Dr^a. Maria de Fatima Vilhena da Silva-UFPA
Prof.^a Dr^a. Dayse Marinho Martins-IEMA
Prof. Dr. Daniel Tarciso Martins Pereira-UFAM
Prof.^a Dr^a. Elane da Silva Barbosa-UERN
Prof. Dr. Piter Anderson Severino de Jesus-Université Aix Marseille

Nossa missão é a difusão do conhecimento gerado no âmbito acadêmico por meio da organização e da publicação de livros científicos de fácil acesso, de baixo custo financeiro e de alta qualidade!

Nossa inspiração é acreditar que a ampla divulgação do conhecimento científico pode mudar para melhor o mundo em que vivemos!

Equipe RFB Editora

Cassio André Sousa da Silva
José Roberto da Silva Martins

Ensinando frações com cartões de papel e perguntas chaves

1ª Edição

Belém-PA
RFB Editora
2023

© 2023 Edição brasileira
by RFB Editora
© 2023 Texto
by Autor
Todos os direitos reservados

RFB Editora
CNPJ: 39.242.488/0001-07
www.rfbeditora.com
adm@rfbeditora.com
91 98885-7730
Av. Governador José Malcher, nº 153, Sala 12, Nazaré, Belém-PA,
CEP 66035065

Editor-Chefe
Prof. Dr. Ednilson Souza
Diagramação e capa
Autores

Produtor editorial
Nazareno Da Luz

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)



E59

Ensinando frações com cartões de papel e perguntas chaves / Cassio André Sousa da Silva –Belém: rfb, 2023.

Outros
José Roberto da Silva Martins

16 x 23 cm
Livro em pdf.

ISBN 978-65-5889-610-4
DOI 10.46898/rfb.a2099029-ecb6-46f8-afc5-242ebcb5c6ca

1. Educação. I. Silva, Cassio André Sousa da II. Título.

CDD 370

Índice para catálogo sistemático

I. Educação.

Sumário

Introdução	9
Apresentação	10
Evolução histórica do conceito de frações e seus diversos significados	12
1.1 A origem dos números fracionários	12
1.1.1 O problema de medição de terras.....	12
1.2 As frações unitárias	12
1.3 Outros registros históricos envolvendo o estudo das frações.	14
1.4 Os significados do número fracionário	16
1.4.1 A relação parte-todo e a medida.....	16
1.4.2 Fração com o significado de quociente.....	16
1.4.3 Frações com o significado de razão.....	17
Aspectos pedagógicos das perguntas chaves e do material concreto que ajudando a entender frações	18
2.1 Observações pedagógicas.....	18
2.2 A questão do ensino de frações.....	19
2.4 O papel do professor neste processo.....	20
Trabalhando os conceitos de fração usando material concreto	21
Atividades para uso de material concreto no ensino de frações.....	21
3.1.1 O conceito de fração.	21
3.1.2 O conceito de inteiro.....	23
3.1.3 Contextualizando o conceito de frações	25
3.1.4 Frações equivalentes	27
3.1.5 Simplificação de frações.....	31
3.1.6 Adição e subtração de frações com denominadores iguais.	35
3.1.7 Adição e subtração de frações com denominadores diferentes.	37
3.1.8 Multiplicação de frações	41
3.1.9 Divisão de frações.....	44
O método e os resultados da pesquisa	48
Resultados obtidos na pesquisa.....	48
CONCLUSÃO	53

BIBLIOGRAFIA.....	55
APÊNDICE.....	56

Introdução

Este livro tem por objetivo apresentar uma série de procedimentos que podem ser utilizados na prática docente durante o ensino do conceito de fração e das operações relacionadas a este tipo de número. O público alvo para o desenvolvimento das atividades que serão apresentadas no decorrer do trabalho são alunos do 5º e 6º ano do ciclo fundamental.

A motivação para este trabalho nasce das observações em sala de aula e pelos resultados das orientações de monografias oriundas do curso de Matemática da universidade Federal do Pará na cidade de Santarém, oeste do Pará. A partir destas observações verifica-se que os estudantes do ciclo fundamental têm apresentado muitas dificuldades em lidar com números fracionários ao longo da vida escolar e este problema é refletido no baixo desempenho apresentado pelos alunos nas avaliações das provas oficiais dos órgãos de educação.

A situação aqui mencionada sobre a noção e aplicação de números fracionários é parte de um contexto maior que são as dificuldades encontradas no processo de ensino e aprendizagem de matemática. Assunto bastante estudado e discutido. É comum ouvirmos histórias de alunos traumatizados por fracassos na disciplina ou inseguros ao lidar com situações de raciocínio numérico, geométrico ou lógico.

Também é ponto de aflição o reconhecimento do professor que não consegue atingir seu objetivo de transmitir e fazer o aluno adquirir de forma consistente um conhecimento de grande importância como é o ensino das frações.

Qual a melhor forma de ensinar frações a crianças do ciclo fundamental?

Fórmula mágica não existe. Alunos e professores são pessoas com histórias e projetos de vida diferentes que se encontram e interagem no espaço escolar. Esta diversidade que às vezes é ponto de conflito também é fonte fértil para buscarmos as soluções destes problemas, é neste sentido que o presente trabalho quer dar sua contribuição aos professores das séries iniciais para que possa habilitar o estudante a lidar com frações de forma correta e sem receios.

Na caminhada da pesquisa alguns questionamentos nortearam a construção do conhecimento.

Com certeza não existe uma receita de qual a forma perfeita de ensinar frações a crianças, mas existem maneiras que favorecem ao aluno pensar e elaborar um conceito sobre o assunto e desta forma mostrar ao estudante um motivo e o valor do conhecimento que lhe está sendo transmitido. Ao se valorizar a criatividade e o questionamento estamos respondendo a uma crítica frequente a disciplina Matemática que é de ficar presa a resolução de exercícios

mecanizados sem sentido ao estudante. A resolução de algoritmos é importante somente não deve supervalorizada.

Qual a importância do uso de material concreto para o ensino de fração?

O caráter motivador ressaltado por muitos admiradores do uso desse tipo de material em sala de aula seja talvez sua principal característica, pois assim estamos mudando a rotina fria dos números, linguagem matemática, rigor simbólico, etc. muito criticados nas aulas dessa disciplina. Contudo, acreditamos que a questão merece uma análise mais profunda. A utilização dessa valiosa ferramenta tem que está inserida dentro das estratégias e objetivos traçados pela escola a fim de o aluno absorva os tópicos ensinados em matemática. O grande objetivo é fazer o estudante saber usar a Matemática de forma clara e segura.

Hoje no mercado de material pedagógico podemos encontrar uma grande variedade de material concreto e jogos criados para auxiliar o professor no processo ensino – aprendizagem e tornar as aulas de matemática prazerosa ao discente. Contudo, é importante não esquecer que a utilização de material concreto é para o ensino de um conteúdo de uma disciplina o qual é valioso para o aluno. Em nosso estudo frações um conteúdo da disciplina matemática, assim antes de ser apenas atrativo esse material tem que provocar no estudante o prazer da descoberta de novos conhecimentos que lhe ajudaram na sua formação como ser humano

Apresentação

O trabalho faz inicialmente uma abordagem histórica sobre os números fracionários apresentando de forma cronológica a evolução desse assunto dentro da Matemática mostrando o papel relevante que antigas civilizações e ilustres cientistas tiveram neste processo. Também são mencionadas as ideias de estudiosos da área de educação sobre os significados dos números fracionários e a construção do conceito deste número pelo estudante.

No segundo momento fazemos a descrição de procedimentos para trabalhar o ensino de frações introduzindo conceito do inteiro, relação parte – inteiro, equivalência, simplificação e operações fundamentais. Estes roteiros empregam o material concreto e o auxílio de perguntas provocadoras cuja finalidade é formar no aluno um senso investigador que leve o mesmo a construir um entendimento sobre o assunto. Ao professor cabe também a responsabilidade de esclarecer dúvidas e fazer os ajustes necessários para que os alunos formem uma ideia clara e com significado sobre o que está sendo repassado a ele.

A terceira parte mostra a aplicação desta proposta de trabalho nas rotinas de sala de aula de um grupo de alunos do 6º ano do ciclo fundamental. Após um breve relato da metodologia empregada na pesquisa é realizado o tratamento dos dados obtidos e as análises complementares dos testes realizados.

No último capítulo fazemos as considerações finais comentando os pontos fortes e pontos fracos refletidos nos dados da pesquisa sobre os procedimentos apresentados e assim propor melhorias com a intenção de aprimorar essa ferramenta e melhorar o processo de ensino – aprendizagem de matemática.

Evolução histórica do conceito de frações e seus diversos significados

1.1 A origem dos números fracionários

Para que possamos entender e apresentar uma sequência de procedimentos a serem utilizados no ensino de frações é importante fazermos um resgate de um pouco da história dos números fracionários.

As pesquisas históricas relatam que por volta de 3000 anos a.C os egípcios tiveram a necessidade de criar uma nova noção de número e assim ampliaram o campo numérico até então conhecido, este novo instrumento foram os números fracionários.

1.1.1O problema de medição de terras

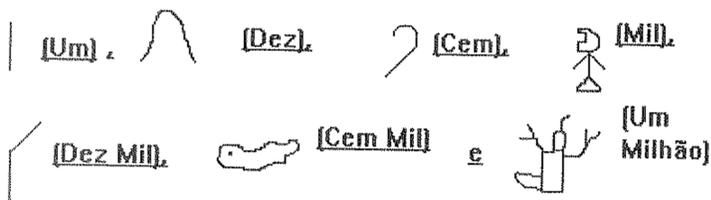
Os egípcios usavam cordas para medir o tamanho da perda de lotes de terras dos habitantes que viviam as proximidades do rio Nilo devido as cheias do rio. Havia uma unidade de medida assinada na própria corda. As pessoas encarregadas de medir o tamanho da perda, esticavam a corda e verificavam quantas vezes aquela unidade de medida estava contida nos lados do terreno. Esses encarregados eram chamados de estiradores de corda. No entanto, por mais adequada que fosse a unidade de medida escolhida, dificilmente cabia um número inteiro de vezes no lado do terreno.

Foi por essa razão que os egípcios criaram um novo tipo de número: O número fracionário como já mencionado e para representar os números fracionários, usavam frações. Um fato importante a ressaltar é que os egípcios usavam frações unitárias, ou seja, frações com o numerador um e denominador um número inteiro.

1.2 As frações unitárias

A seguir temos exemplos da simbologia hieroglífica egípcia usada na representação de números e de frações.

Numerais



Frações

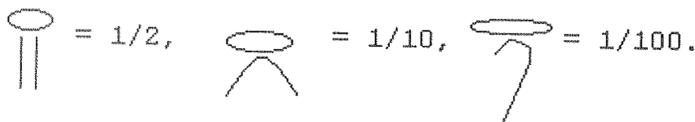


Fig 1 Simbologia hieroglífica egípcia para representar frações

Uma fração muito trabalhada era a fração $2/3$, para a qual tinham um sinal hierático, tanto que para achar um terço de um número, primeiro achavam $2/3$ e tomavam a metade disso. Também usavam o fato de que dois terços da fração unitária $1/p$ ser a soma de duas frações unitárias $1/2p$ e $1/6p$, e sabiam que o dobro da fração $1/2p$ é a fração $1/p$.

É interessante verificar o modo como os egípcios encaravam frações de forma geral m/n . Não como uma “coisa” elementar, mas como parte de um processo incompleto. Por exemplo, a fração $3/5$ era pensada como soma de três frações unitárias $1/3 + 1/5 + 1/15$.

O papiro de Rhind o mais antigo documento com registro de relatos sobre matemática que se conhece apresenta em seu conteúdo questões relativas a equivalências de frações, as operações com números fracionários, as proporções, as regras de três, a regra de falsa posição, a decomposição em partes proporcionais aritméticas ou problemas geométricos. O papiro de Rhind fornece uma tabela para a transformação de frações gerais em somas de frações unitárias. Começa fornecendo $2/n$ como soma de frações unitárias, para todos os valores ímpares de n de 5 a 101. E assim outros equivalentes. O último item da tabela decompõe $2/101$ em $1/101$ mais $1/202$ mais $1/303$ mais $1/606$. Isso mostra uma habilidade aritmética que é difícil de encontrar mesmo atualmente, com recursos mais avançados.

1.3 Outros registros históricos envolvendo o estudo das frações.

Os babilônicos também usaram frações nas anotações de suas transações comerciais a fração $\frac{1}{2}$ era chamada ardalha e a fração $\frac{1}{4}$ chamavam de parda.

Os romanos usavam um sistema de palavras que indicam partes de um todo. A unidade de peso na Roma antiga era o como, e o que foi feito de 12 uncias (uma antiga unidade de comprimento e peso criada pelos romanos). Foi a parti daí que os romanos desenvolveram um sistema de fração com base no número 12.

Aos hindus acredita-se terem sido a primeira sociedade a indicar frações com números em vez de palavras. Brahmagupta e Bhaskara foram os matemáticos hindus que primeiro escreveram frações com um número em cima do outro com fazemos hoje, porém sem a barra. O credito da utilização na notação da barra foi dado aos árabes.

O matemático Fibonacci (1175 – 1250) foi o primeiro europeu a usar a barra de fração como ela é usada nos dias atuais.

Bhaskara estudando aproximações ao número π , deu $\frac{3927}{1250}$ como valor acurado, $\frac{22}{7}$ como valor impreciso e $\sqrt{10}$ para trabalhos corriqueiros. Ainda pesquisando referências ao número π encontramos nos trabalhos de Jonh wallis a expressão $\frac{\pi}{2} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8 \dots}{1 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7 \dots}$ a qual Lord Brouncher, o primeiro presidente da Royal Society, converteu na fração continua

$$\frac{4}{\pi} = 1 + \frac{1^2}{2} + \frac{3^2}{2} + \frac{5^2}{2} + \dots$$

Pietro Antônio Cataldi tem o credito de ter dado os primeiros passos na teoria das frações continuas.

Fração contínua é a fração a partir de uma sequência de inteiros naturais $(a_0, a_1, a_2, a_3, \dots, a_k, \dots)$ da seguinte maneira

$$a_0 + \frac{1}{a_1 + \frac{1}{a_2 + \frac{1}{a_3 + \dots}}}$$

O matemático e astrônomo holandês Christiaan Huygens (1629-1695) foi o primeiro a demonstrar uma aplicação prática de frações contínuas. Ele escreveu um artigo explicando como usar o convergente de uma fração contínua para encontrar as melhores aproximações racionais para relações de transmissão. Estas aproximações permitiram-lhe escolher as marchas com o número correto dos dentes. Seu trabalho foi motivado por dar o seu desejo de construir um planetário mecânico.

Embora os trabalhos de Wallis e Huygens marquem os primeiros trabalhos com frações contínuas, o campo de frações contínuas começou a florescer quando Leonard Euler (1707-1783), Johan Heinrich Lambert (1728-1777) e Joseph Louis Lagrange (1736-1813) abraçaram o tema. Euler estabeleceu grande parte da moderna teoria na sua obra *De Fractionibus Continuis* (1737). mostrou que todo racional pode ser expresso como uma fração contínua. Ele também forneceu uma expressão para e em forma de fração contínua. Ele usou essa expressão para mostrar que e e e^2 são irracionais. Ele também demonstrou como ir de uma série para uma representação em fração contínua da série, e vice-versa.

Lambert baseado no trabalho de Euler sobre e mostrou que tanto e^x e $\tan x$ são irracionais se x é racional. Lagrange usou frações contínuas para encontrar o valor de raízes irracionais. Ele também provou que uma raiz real de um irracional quadrático é uma fração contínua periódica.

O século XIX, provavelmente pode ser descrita como a idade de ouro de frações continuadas. Como escreve Claude Brezinski em *History of Continued Fractions and Padé Approximations*, "O século XIX, pode ser dito período ser popular para frações contínuas." Era um tempo em que "o assunto era conhecido por todos os matemáticos." Como resultado, houve uma explosão de crescimento dentro deste campo. A teoria sobre frações contínuas foi significativamente desenvolvida, especialmente a relativa à convergentes. Também foram estudadas frações contínuas com variáveis complexas como termos. Alguns dos mais proeminentes matemáticos contribuíram com este campo incluem Jacobi, Perron, Hermite, Gauss, Cauchy e Stieljes. No início do século 20, a disciplina teve grande avanço a partir do trabalho inicial de Wallis.

Desde o início do século XX frações contínuas fizeram suas aparições em outros campos. Para dar um exemplo de sua versatilidade, Rob Corless examinou a conexão entre frações contínuas e teoria do caos. Frações contínuas também foram utilizados em algoritmos

de computador para calcular aproximações racionais aos números reais, bem como a resolução de equações indeterminadas.

1.4 Os significados do número fracionário

Oliveira(1996) baseada nos trabalhos de Porto 1963, Castelnuevo 1970, Kieren 1975, D” Augustine 1976, Aguiar 1983, Lovell 1986 e Ciscar & Garcia (s. d.) comenta os diversos significados para o número a/b , onde $b \neq 0$. A fração é analisada como: a) A relação parte-todo e a medida (envolvendo contextos contínuos e discretos, decimais e a reta numérica); b) as frações como quociente; c) a fração como razão; d) a fração como operador.

1.4.1 A relação parte-todo e a medida

Ocorre quando se divide o todo em b partes iguais e tomamos a partes destas. O contexto discreto é representado por objetos individuais no sentido de já estarem separados e o contexto contínuo também é representado por objetos contudo, necessitam ser divididos em partes iguais.



Fig. 2 Representação de frações num contexto discreto



Fig. 3 Representação de fração em contexto contínuo

Como casos particulares de relação parte-todo temos as frações decimais onde o denominar b é adotado como o número 10 e a reta numérica em que os pontos representam as b partes iguais das quais a partes são tomadas.

1.4.2 Fração com o significado de quociente

Esse significado está presente em situações associadas a ideia de partição, o quociente representa o tamanho de cada grupo quando se conhece o número de grupos a ser formado

1.4.3 Frações com o significado de razão

Este significado pode estar ligado a ideia de probabilidade onde relacionamos uma série de eventos favoráveis dentro de uma série de eventos possíveis ou a ideia de porcentagem, onde temos um caso particular da relação parte-todo sendo neste caso o todo representado por 100 partes iguais.

Aspectos pedagógicos das perguntas chaves e do material concreto que ajudando a entender frações.

2.1 Observações pedagógicas

Estudos sobre frações na área da educação geralmente citam as contribuições de Piaget e Vergnaud. Oliveira (1996) constroem sua argumentação abordando que Piaget considerava dois tipos de conhecimento o conhecimento físico e o conhecimento lógico-matemático. O conhecimento físico é formado por uma abstração empírica extraída da realidade como, por exemplo, a cor, a textura, o peso de um objeto, já o conhecimento lógico-matemático que se refere às ações, coordenações e operações que são criadas pelo sujeito na interação com os objetos.

Guiado por essas premissas os estudos de Piaget segundo Oliveira apontam que a construção do conceito de fração depende do conhecimento lógico enquanto a noção de fração requer idéias baseadas no conhecimento concreto

No estudo do conceito de número racional surge a necessidade de interpretá-lo e compreendê-lo em várias situações e em diferentes contextos.

Oliveira (1996) trata do assunto fazendo referencia aos trabalhos de Vergnaud sobre a Teoria dos Campos Conceituais. Segundo Vergnaud, um campo conceitual é um conjunto de situações, cujo domínio progressivo exige uma variedade de conceitos, de procedimentos e de representações simbólicas em estreita conexão. Nessa perspectiva, a construção de um conceito envolve uma terna de conjuntos, que segundo a Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud é chamada simbolicamente de $S, I, @$, sendo que S é um conjunto de situações que tornam o conceito significativo; I é um conjunto de invariantes (objetos, propriedades, relações); $@$ é uma conjunto de representações simbólicas que podem ser usadas para pontuar e representar os invariantes.

No sentido de estabelecer relação entre o conceito e situação, Vergnaud se apóia nas idéias de Piaget, relacionando a terna $(S, I, @)$ aos elementos básicos da Função Simbólica, dessa forma: S refere-se a realidade ou referente; $I, @$ refere-se a representação. Essa representação vista como a interação entre os dois aspectos do pensamento, o significado (I) e o significante ($@$).

Nesse contexto, entendemos que a aquisição do conceito de número racional na sua representação fracionária, que a partir de agora chamaremos de fração, poderá ser construído com sucesso se explorado seus diferentes significados. Queremos neste trabalho a partir

atividades simples fazer com que o estudante formule a noção de fração tendo o professor com um facilitador neste processo.

2.2 A questão do ensino de frações

Estudos sobre o tema mostram que alunos do ensino fundamental têm dificuldade na assimilação dos conceitos relacionados a números fracionários. O assunto é inserido ao final do 1º ciclo do ensino fundamental e, retomado em series subsequentes até o final do ensino médio.

Os resultados de avaliações como a prova Brasil e SARESP atestam a dificuldade que os alunos deste ciclo têm em relação ao assunto, portanto é um ponto que merece um trabalho mais atento por parte dos responsáveis pelo processo educacional.

Souza destaca duas grandes dificuldades referentes a esta questão uma relacionada ao ensino, o qual mostra forte tendência na utilização de procedimentos e algoritmos para apresentar o assunto e com foco na significação parte – todo. A segunda relacionada a aprendizagem estaria ligada ao fato de os alunos apesar de terem habilidade de manipular os números racionais não adquirem uma compreensão clara do conceito.

As observações de Souza são pertinentes, contudo acreditamos que a primeira interação com o conceito de fração será mais proveitosa quanto trabalhada a partir da ideia de partes em relação ao todo ou inteiro. Nas series iniciais nas quais este conteúdo é apresentado ao estudante muitas vezes este não consegue ter a percepção sobre todos os significados que envolvem os números fracionários, portanto neste momento importante no qual uma pratica de ensino mal sucedida pode levar nosso aluno a rejeitar a descoberta de novos conhecimentos os quais estão inseridos numa área tão estigmatizada como se tornou a Matemática, ao se partir do conceito parte – todo podemos desenvolver as bases sobre o assunto de forma mais consistente e produtiva. Após este primeiro passo será mais fácil ao aluno entender os outros significados que envolvem números fracionários.

2.3 A questão da metodologia do ensino de frações

O assunto é importante e complexo com várias nuances tendo então o pesquisador um vasto campo para desenvolver trabalhos sobre os diversos aspectos desse objeto de estudo. Como já comentado neste texto ainda é muito utilizado na sala de aula o ensino de frações pautado no aprendizado de algoritmos e procedimentos repetitivos nos quais os alunos realizam

uma sequência de operações para atingir um resultado que muitas vezes os mesmos não conseguem entender a sua validade e significado. Um problema importante com o qual o professor se depara é a dificuldades que muitos alunos apresentam em aplicar a teoria do número fracionário a solução de uma situação – problema contextualizada.

Neste trabalho se busca apresentar uma alternativa para que o ensino da noção de número fracionário e as principais operações envolvendo os mesmos tenha significado ao aluno. Deste modo acreditamos está contribuindo para sanar as deficiências mostradas pelo estudante quando necessita desenvolver habilidades em operações com frações. A intenção é dotar o professor de procedimentos para a introdução dos conceitos sobre operações com frações a alunos do 5º e 6º ano do ciclo fundamental, ou seja, no primeiro contato com este assunto.

Oliveira (1996) fazendo referência aos estudos de Piaget comenta que a noção de fração se constrói no nível das operações concretas trabalhando-se intensamente as relações entre partes e o todo. Na alternativa que vamos apresentar utilizamos material concreto em atividades cuja finalidade é facilitar a compreensão dos conceitos de fração ao iniciante nesse estudo.

O uso deste tipo de material é muito difundido como um auxílio ao professor em sua pratica de ensino pois, fica mais fácil ao aluno descobrir a solução de pequenos problemas utilizando material concreto como, recortes de papel, cartolina, plástico, etc. A preferência por este tipo de material é devido ser de fácil acesso pois, apesar de avanços ainda nos deparamos com escolas carentes de recursos.

2.4 O papel do professor neste processo

É papel do professor é priorizar a qualidade do ensino, ou seja, da atenção a construção do conhecimento pelo fazer e pensar do aluno, assim o professor atua como facilitador estimulando e incentivando a aprendizagem. Na atividade objeto deste trabalho é importante que o professor formule problemas e questionamentos, esclareça duvidas, etc. O professor passa a ser também um investigador no espaço da sala de aula registrando tudo para posterior reflexão e alimentação de novas entradas no processo sempre com o foco no aprimoramento do ensino.

Trabalhando os conceitos de fração usando material concreto

Na utilização desta estratégia para o ensino de frações o ponto chave é fazer o aluno se familiarizar com os conceitos fundamentais e operações sempre partindo de situações-problemas nas quais seja interessante o uso do material concreto para buscar a solução. Através da familiarização do método, gradualmente ele conseguirá interpretar mentalmente as operações necessárias para encontrar a solução sem usar o material concreto. Nesta caminhada o professor ajudará e incentivará o aluno a deixar o uso de material concreto de forma segura, ou seja, quando familiarizado com as operações o aluno irá interpretar, correlacionar e aplicar os conceitos mentalmente. Desta forma o processo de ensino fica mais consistente tem um salto de qualidade.

3.1 Atividades para uso de material concreto no ensino de frações.

A seguir vamos apresentar uma série de procedimentos que podem ser adotados para ensinar a uma criança os primeiros passos sobre fração.

3.1.1 O conceito de fração.

Material:

- Tiras de papel de mesmo tamanho;
- Lápis;
- Régua.

Procedimento

- Distribua quatro tiras de papel aos alunos;



- Solicite que os alunos dobrem um dos papeis de modo a dividi-los em duas partes iguais;



- Explique aos alunos que cada parte formada terá a representação $\frac{1}{2}$. Esta representação significa uma (1) das duas (2) partes da divisão;
- Solicite que os alunos agora dobrem os outros papéis de modo a obter 4 ou 8 partes iguais;



- Faça perguntas aos alunos sobre quais são as representações obtidas com as novas marcações feitas pelos mesmos;
- Solicite que os alunos pintem quantidades diferentes de quadros (2, 3, 4, etc.) nas outras tiras dobradas e represente as frações;



- Pergunte sobre as frações formadas com as partes não pintadas;
- Explique aos alunos que nas frações que eles encontraram, por exemplo: $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{5}{8}$, etc. O número de cima chama-se numerador e o de baixo chama-se denominador;

$$\frac{a}{b} \rightarrow \begin{array}{l} \text{numerador} \\ \text{denominador} \end{array}$$

- Explique aos alunos a forma como as frações são lidas;
- Faça um resumo motivando a participação da turma sobre a atividade realizada em classe.

Comentários

A finalidade desta atividade é fazer o aluno entender a noção de fração e aprender os nomes dos termos das frações e saber como se ler esses números. O importante é fazer o aluno absorver a ideia de divisão em partes iguais. Mostra-se ao aluno que fração representa uma parte ou algumas partes de um inteiro que foi dividido em partes iguais.

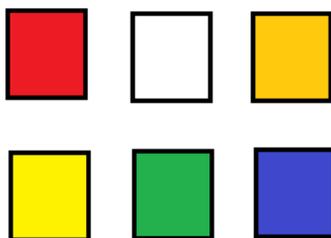
3.1.2 O conceito de inteiro.

Material:

- Cartões coloridos;
- Lápis.

Procedimento

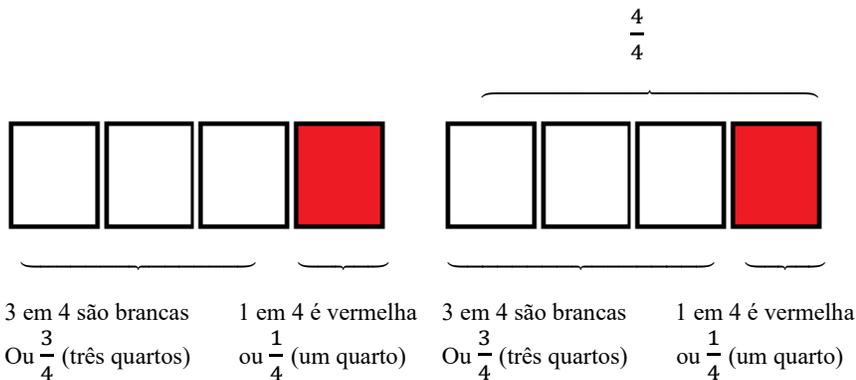
- Forme grupo de alunos na sala de aula;
- Distribua os cartões coloridos (distribua de modo a que cada equipe monte frações diferentes);



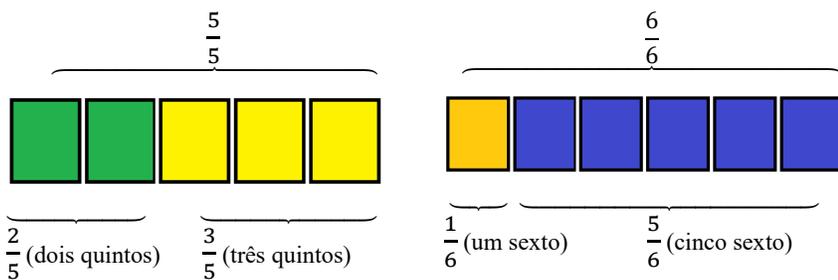
- Solicite que cada grupo apresente a fração encontrada (veja exemplo);



- Explore a figura montada comentando sobre a possibilidade de se entender a figura como um inteiro e quais frações formam esse inteiro (veja exemplo);



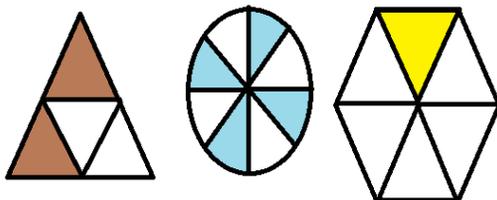
- Explore com os alunos o conceito ensinado através dos outros cartões distribuídos (veja exemplos);



- Explique ou faça um reforço (conforme o caso) sobre os termos e leitura das frações;
- Faça uma conclusão com base nos resultados obtidos.

Observação

O professor pode utilizar na aula exemplos de frações com outros tipos de figuras utilizando desenhos no quadro ou cartões coloridos.



Comentários

A atividade descrita visa apresentar ao aluno o conceito de inteiro e mostrar que ser este é formado por partes iguais pode ser representado em forma de frações. Com a ideia de usar exemplos com formas geométricas diferentes é mostrar o conceito não se restringe a um único tipo de situação. Estes exemplos com cartões exploram um contexto discreto (um inteiro formado por objetos individualizados). Se usarmos dobraduras podemos construir a noção de fração em um contexto contínuo.

Conclusão da atividade: conceito informal de fração.

Aqui o aluno será estimulado ao conceito de fração. O professor levará o aluno ao conceito individual de cada aluno ou equipe. O conceito formal, visto nos livros, será posto em sala para que haja comparação e confronto entre o definido em sala e o colocado pelo livro.

Na fração o denominador é o termo que fica abaixo do traço de fração, indica em quantas partes iguais o inteiro foi dividido. O numerador é o número que fica acima do traço de fração, indica a quantidade dessas partes que são tomadas em relação ao total.

3.1.3 Contextualizando o conceito de frações

Material:

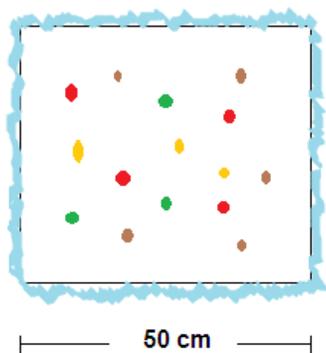
- Papel cartão;
- Tesoura.

Procedimento

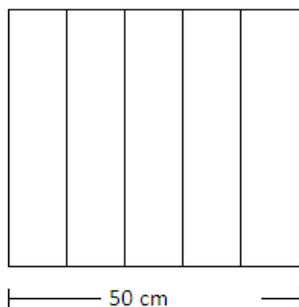
- O professor deve apresentar uma situação prática na qual o aluno possa utilizar seu conhecimento sobre fração.

Exemplo:

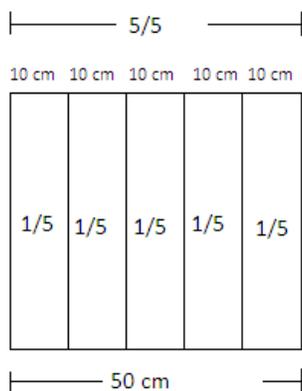
Uma torta de 50 cm de comprimento será distribuída igualmente entre 5 pessoas. Qual porção da torta cada pessoa receberá?



- Solicite aos alunos que tomem um cartão inteiro para simbolizar a torta e que dobrem e recortem em 5 partes iguais.



- Mostre aos alunos a correlação entre o inteiro e o comprimento total da torta, assim como a correlação entre a fração representativa das partes recortadas e sua respectiva medida na torta.



- Faça um resumo e conclusão sobre a atividade desenvolvida.

Comentários

Nesta atividade o professor tem a oportunidade de fazer o aluno ligar os conceitos de fração com situações reais nas quais o raciocínio usando este tipo de número é útil.

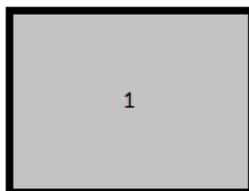
3.1.4 Frações equivalentes

Material:

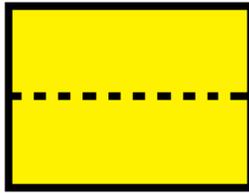
- Cartões coloridos
- tesoura

Procedimento

- Distribua cartões coloridos aos alunos;
- Tome um dos cartões como referência de um inteiro;



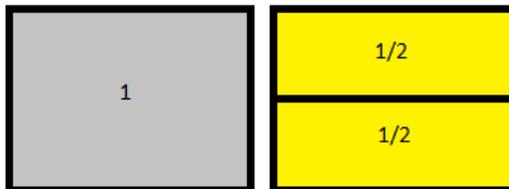
- Solicite que os alunos peguem um cartão de outra cor (por exemplo amarelo) e dobrem ao meio;



- Cortar a dobra realizada e representar a fração correspondente a cada uma das partes;

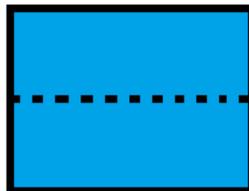


- Trabalhe as frações e mostre a relação de equivalência entre o cartão inteiro (1) e as duas frações juntas $\left(\frac{2}{2}\right)$;

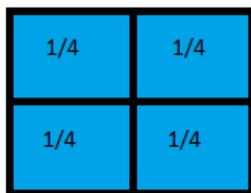


O inteiro equivale a duas $\frac{1}{2}$ partes ou seja $1 \sim \frac{2}{2}$

- Tome um cartão de outra cor (por exemplo azul) e repita a operação anterior;



- Agora solicite aos alunos que dobrem ao meio e recortem cada uma das partes encontradas. Indique qual fração representa cada parte individual e o total das frações;

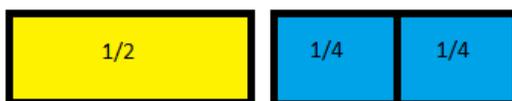


- Mostre para os alunos, usando o material, a relação de equivalência entre as frações encontradas;



$$1 \sim \frac{2}{2} \sim \frac{4}{4}$$

- Solicite aos alunos que avaliem a relação encontrada para cartão com a fração $\frac{1}{2}$ e dois cartões da fração $\frac{1}{4}$;

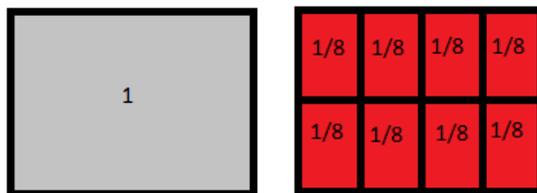


$$\frac{1}{2} \sim \frac{2}{4}$$

- Utilize esse procedimento com outro cartão (por exemplo vermelho) e peça aos alunos que dobrem e cortem o cartão em oito partes iguais;

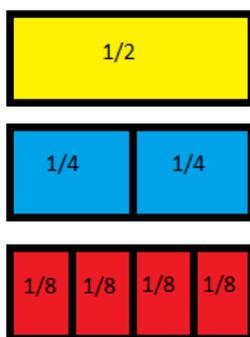


- Compare o inteiro com o cartão recortado em oito partes iguais;

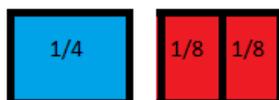


$$1 \sim \frac{8}{8}$$

- Solicite que os alunos usando os cartões comparem as frações $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$ e $\frac{4}{8}$;



- Solicite que os alunos comparem as frações $\frac{1}{4}$ e $\frac{2}{8}$;



- Faça um resumo com as conclusões sobre as relações encontradas na atividade.

a) $1 \sim \frac{2}{2} \sim \frac{4}{4} \sim \frac{8}{8}$

b) $\frac{1}{2} \sim \frac{2}{4} \sim \frac{4}{8}$

c) $\frac{1}{4} \sim \frac{2}{8}$

- O professor formaliza aos alunos o conceito do livro sobre o que são frações equivalentes.

Frações equivalentes são duas ou mais frações que representam a mesma parte em relação ao inteiro.

Comentários

A comparação de cartões de cores e recortes diferentes, mas que estão representando uma região de mesmo tamanho facilitará a compreensão da ideia de equivalência de frações.

Aqui o professor incentiva a descoberta e o aluno reconhece a correlação entre o material didático e a simbologia matemática.

3.1.5 Simplificação de frações

Material:

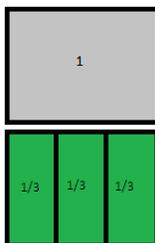
- Cartões coloridos;
- Tesoura;

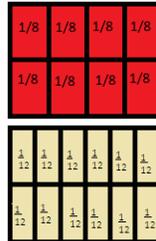
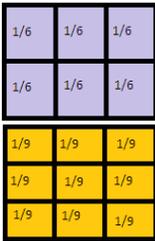
Procedimento

- Distribua cartões de mesmo tamanho e cores diferentes aos alunos;
- Escolha um desses cartões e solicite aos alunos que considere esse cartão como o inteiro;

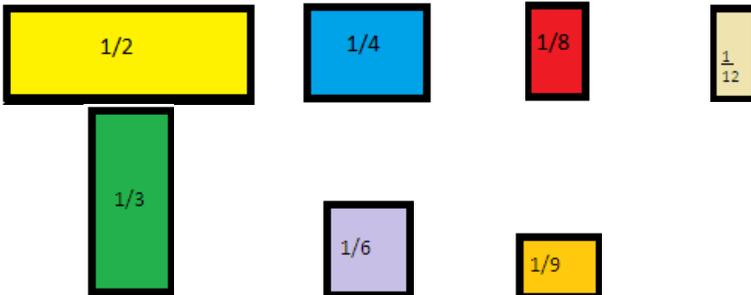


- Solicite que os alunos dobrem e recortem os demais cartões em tamanhos iguais para uma das respectivas cores (2, 3, 4, 6, 8, 9, 12);



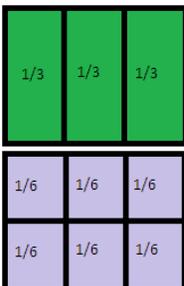
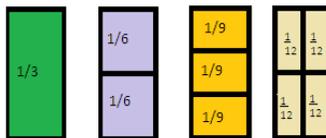


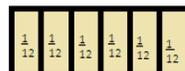
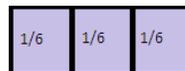
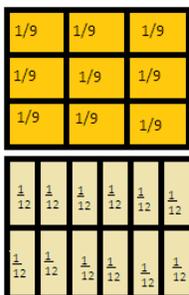
- Verifique com os alunos qual fração representa cada unidade recortada nos cartões de cores variadas;



- Proponha aos alunos que encontrem através dos recortes, diferentes tamanhos que tenham equivalência entre os mesmos;

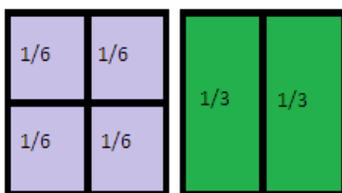
Exemplos





- Solicite aos alunos que façam a representação matemática das equivalências encontradas e destaquem a fração mais simples (aquela que utiliza menos cartões);

Exemplos



$$\frac{4}{6} \sim \frac{2}{3}$$

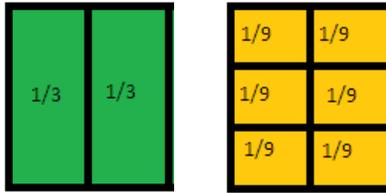


$$\frac{4}{8} \sim \frac{2}{4} \sim \frac{1}{2}$$

- O professor colocará as frações em ordem crescentes e solicitar aos alunos a comparação dos resultados através das seguintes perguntas chaves:

- 1 - Essas frações são equivalentes?
- 2 - Existe alguma relação matemática (adição, multiplicação) entre os numeradores e os denominadores destas frações?
- 3 - É possível multiplicar por um mesmo número o numerador e o denominador da primeira fração para gerar as outras frações?

Exemplo

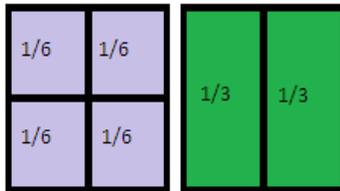


$$\frac{2 \times 3}{3 \times 3} \sim \frac{6}{9}$$

- O professor colocará as frações em ordem decrescentes e solicitar aos alunos a comparação dos resultados através das seguintes perguntas chaves:

- 1 - Essas frações são equivalentes?
- 2 - Existe alguma relação matemática (subtração, divisão) entre os numeradores e os denominadores destas frações?
- 3 - É possível dividir por um mesmo número o numerador e o denominador da primeira fração para gerar as outras frações?

Exemplo



$$\frac{4 \div 2}{6 \div 2} \sim \frac{2}{3}$$

- O professor comenta com os alunos que ao se encontrar uma fração equivalente usando o processo de divisão dos termos por um número comum estamos encontrando uma fração mais simples;
- Faça uma conclusão sobre os resultados encontrados nesta atividade;
- Reforce com os alunos o significado de simplificar frações.

Comentários

O aluno perceberá que independentes da ordem em que foram colocadas as frações equivalentes é possível utilizar os produtos e gerar outras frações equivalentes ou a divisão para representar frações mais simples.

È importante fortificar para o aluno o sentido de simplificar uma fração, ou seja, simplificar é tornar mais simples, tornar mais fácil. Reduzir uma fração a outra equivalente onde seus termos apresentam valores menores.

3.1.6 Adição e subtração de frações com denominadores iguais.

Material:

- Cartões coloridos

Procedimento

- Proponha aos alunos uma situação problema na qual eles tenham que somar frações.

Exemplo

Como podemos responder à questão:

Um bolo foi dividido em 10 partes iguais José comeu $\frac{3}{10}$ e João comeu $\frac{4}{10}$. Que fração do bolo eles comeram juntos?

- Para incentivar os alunos o professor fará perguntas tais quais:

- 1 – Qual a operação matemática que usamos no problema?
- 2 – É possível responder a questão utilizando o que estudamos sobre frações?
- 3 – Como chegaríamos a solução empregando os cartões?

- Os alunos aplicando a técnica ensinada através dos cartões apresentam o resultado da soma.

The diagram shows the addition of fractions using cards. On the left, there are three cards, each with $\frac{1}{10}$, and four cards, each with $\frac{1}{10}$. A plus sign is between the two groups. An equals sign follows, leading to seven cards, each with $\frac{1}{10}$.

- Após esta etapa o professor solicitará que os alunos façam a representação matemática da tarefa acima.

$$\frac{3}{10} + \frac{4}{10} = \frac{7}{10}$$

- Proponha aos alunos uma situação problema na qual eles necessitem utilizar a noção de subtração.

Exemplo

Agora, como podemos responder esta questão:

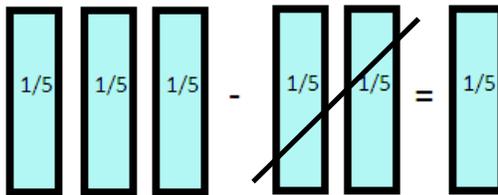
Dona Maria é uma vendedora de doces. Se ela tinha $\frac{3}{5}$ de uma torta e vendeu $\frac{2}{5}$ da mesma. Quanto restou?

- Como no item anterior o professor pode usar perguntas com o objetivo de incentivar os alunos a encontrar a resposta:

1 – Qual a operação matemática que usamos no problema?

2 – É possível responder a questão aplicando o que usamos no problema anterior?

- Através dos estímulos do professor se deseja que os alunos apresentem a solução do problema conforme a técnica ensinada e por analogia a primeira parte da atividade.



- O professor novamente solicita que os alunos façam a representação matemática.

$$\frac{3}{5} - \frac{2}{5} = \frac{1}{5}$$

Conclusão da atividade

- O professor pode questionar seus alunos sobre o que ocorreu de comum nas duas atividades propostas.

- Após os comentários o professor irá formalizar a definição de soma e subtração de frações com denominadores iguais.

Na soma de frações com denominadores iguais somamos os numeradores e conservamos o denominador.

Na subtração de frações com denominadores iguais subtraímos os numeradores e conservamos o denominador.

Comentários

Analisando uma situação problema o aluno poderá usar seus conhecimentos sobre fração e construir o conceito de adição e subtração de frações de denominadores iguais.

3.1.7 Adição e subtração de frações com denominadores diferentes.

Material:

- Cartões coloridos

Procedimento

-Incentivo ao desafio: O professor incentiva aos alunos a desafiar o problema: como somar frações que representam denominadores diferentes, isto é, como somar cartões de tamanhos diferentes, de modo que o resultado encontrado represente uma parte do inteiro?

Exemplo:

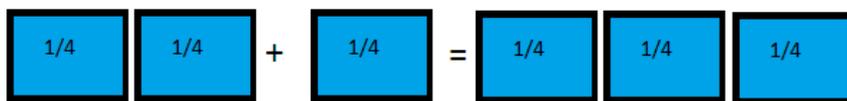

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$$

- O professor incentivar a busca da resposta formulando questões orientadoras tais como:

1 – É possível utilizamos cartões de mesmo tamanho par encontrar o resultado?

2 - Poderíamos usar frações equivalentes para chegarmos a resposta?

- Com as sugestões deseja-se que os alunos apresentem a solução.


$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$$

- Como reforço os alunos podem ser incentivados a confirmar sua estratégia através de outra soma



- Através dos cartões e usando a idéia anterior a resposta desejada será como na figura.



- O professor solicitará que os alunos façam um resumo das operações realizadas usando a representação matemática.

$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} =$ $\frac{2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$	$\frac{1}{2} + \frac{2}{8} =$ $\frac{4}{8} + \frac{2}{8} = \frac{6}{8}$
---	---

- Os alunos com a ajuda do professor através de perguntas agora irão motivá-los a encontrar a resposta sem a utilização de cartões.

Perguntas chaves

- 1 - Se não usamos os cartões como podemos transformar e somar as frações?
- 2 - Que relação existe entre os denominadores das frações originais e frações transformadas?
- 3 - O novo denominador é um múltiplo dos anteriores? Como ele é (o maior, o menor)?

- O professor apresentará aos alunos a propriedade fundamental das frações.

Multiplicando ou dividindo os termos de uma fração por um mesmo número natural, diferente de zero, obtém-se uma fração equivalente a dada.

- O professor mostrará aos alunos alguma soma de frações e solicita que tentem buscar a solução sem utilizar os cartões. Deve reforçar que a resposta é encontrada através da propriedade fundamental.

$$x 7 \left[\frac{2}{5} + \frac{3}{7} \right] x 5$$

$$\frac{14}{35} + \frac{15}{35} = \frac{29}{35}$$

- Agora para o desenvolvimento do conteúdo os alunos são apresentados a uma subtração de frações e estimulados através de perguntas a alcançarem o resultado.

$$\frac{4}{6} - \frac{2}{5} =$$

Perguntas

1 – Podemos usar frações equivalentes para alcançar o resultado?

2 - O novo denominador é um múltiplo dos anteriores? Como ele é (o maior, o menor)?

- Se deseja que os alunos utilizando a técnica usada somem e encontrem o resultado conforme abaixo:

$$\begin{array}{r} \frac{4}{6} - \frac{2}{5} \\ \times 5 \qquad \qquad \times 6 \\ \hline \frac{20}{30} - \frac{12}{30} \\ \hline = \frac{8}{30} \end{array}$$

- O professor deve fazer um resumo do que foi apresentado aos alunos

Usando a propriedade fundamental de frações procuramos o menor múltiplo entre os denominadores.

O número usado para multiplicar o denominador também deve realizar a mesma operação com numerador a fim de encontrarmos o novo numerador de cada fração.

- O professor lança outro desafio aos alunos.

Pensem em outra maneira de encontrar o numerador

- Como facilitador o professor deve ajudar os alunos a chegar ao resultado através de perguntas.

Perguntas chaves

1 – Na soma sem cartões mostrada. De que outra forma é possível encontrarmos o novo denominador (fatoração, mdc, mmc)?

2 – Do resultado encontrado é possível dizer que procuramos saber quantas vezes o número 5 resulta em 35? ($5 \times ? = 35$).

3 – Podemos pensar de forma contrária, ou seja, usando a divisão para saber quantas vezes o número 5 cabe em 35? ($35 \div 5 = ?$)

4 – Pensando desta maneira está correto afirmar que encontramos o fator de multiplicação que origina a fração equivalente de outra forma?

- O professor pede aos alunos demonstrem com os cálculos o que foi analisado acima.

$$\begin{array}{r} \times \left[\frac{2}{5} \right. \\ \left. \frac{14}{35} \right] \\ \div \end{array}$$

- Incentivados pelo professor os alunos devem realizar o mesmo procedimento com a outra fração.

$$\begin{array}{r} \times \left[\frac{2}{5} + \frac{3}{7} \right] \times \\ \left[\frac{14}{35} + \frac{15}{35} \right] \div = \frac{29}{35} \end{array}$$

- Os alunos devem ser incentivados a fazer a verificação da validade do método para a operação de subtração refazendo o exemplo.

$$\begin{array}{r} \times \left[\frac{4}{6} - \frac{2}{5} \right] \times \\ \left[\frac{20}{30} - \frac{12}{30} \right] \div = \frac{8}{30} \end{array}$$

- Através de um trabalho em alunos mediados pelo professor deve resumir o que foi ensinado nesta parte do procedimento.

Para somar ou subtrair frações com denominadores diferentes devemos:

1 – Encontrar o mínimo múltiplo comum entre os denominadores;

2 – Adotar o valor encontrado como o novo denominador,

3 – Para encontrar o novo numerador de cada fração, dividimos o novo denominador encontrado pelo denominador original e multiplicar o resultado pelo numerador de cada fração;

4 – Soma ou subtrair os numeradores.

Comentários

Nesta atividade se deseja que com a utilização do material concreto, o aluno perceba que quando soma ou subtrai frações com denominadores diferentes é necessário que procure frações equivalentes com os mesmos denominadores.

É importante também que o aluno entenda que se realizarmos as operações usando frações de denominadores com valores grandes usar cartões fica mais trabalhoso, daí a relevância do algoritmo apresentado (a resolução direta sem cartão).

3.1.8 Multiplicação de frações

Material:

- Recortes de papel;
- Régua;
- Lápis preto;
- Lápis colorido.

Procedimento

- Distribua os recortes de papel aos alunos. Na ocasião deve se salientado aos alunos que cada recorte representará um inteiro.

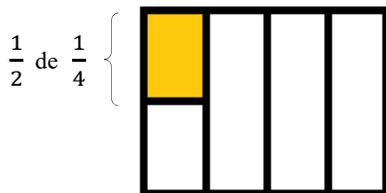


1 inteiro

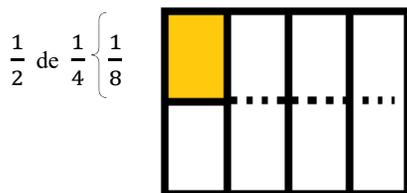
- Agora proponha aos alunos que encontrem com o auxílio do material uma fração em relação a outra (nesta etapa do processo o exemplo solicitado deve utilizar frações simples).

Ex: Representar $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{4}$

- Com o lápis, lápis de cor e régua os alunos são motivados a fazer a representação gráfica da situação mencionada.



- Para continuar os alunos são instruídos para mostrar no recorte com auxílio do material quanto do inteiro representa a região pintada



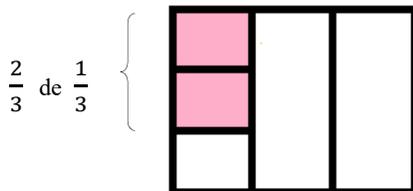
- O professor fará a observação que a preposição *de* como usada em $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{4}$ sempre substitui a ideia de multiplicação, ou seja:

$$\frac{1}{2} \text{ de } \frac{1}{4} \text{ é igual a } \frac{1}{8} \text{ corresponde a } \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$$

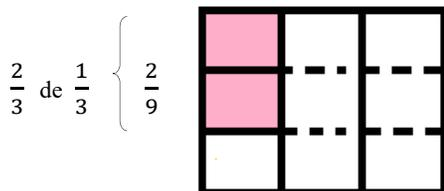
- O professor reforça o procedimento através de outro exemplo:

Ex: Representar $\frac{2}{3}$ de $\frac{1}{3}$

1º passo



2º passo



- O professor pede que seja feita a representação numérica da operação demonstrada.

$$\frac{2}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{9}$$

- O professor formulará perguntas aos alunos com o objetivo de concluir a ideia da multiplicação de frações.

1 – Nas operações realizadas como encontramos o numerador da fração?

2 – E o que foi realizado para encontrar o denominador da fração?

- O professor formaliza o procedimento numérico de multiplicação de frações.

Na multiplicação de frações iremos multiplicar os numeradores entre si assim como multiplicaremos os denominadores entre si.

Comentários

A utilização dos recortes mostrará ao aluno que os resultados obtidos representam o quanto do inteiro a fração encontrada representa. Também é importante o aluno entender o significado da preposição de usada sobre o questionamento do quanto uma fração representa de outra.

3.1.9 Divisão de frações

Material:

- Recortes de papel;
- Régua;
- Lápis;
- Lápis de cor.

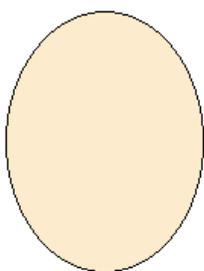
Procedimento

- O professor irá formular uma situação que trabalhe o conceito de divisão de fração.

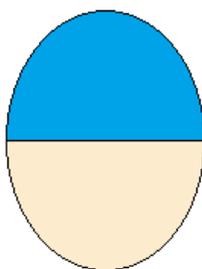
Ex:

Maria separou metade de uma pizza e dividiu igualmente entre três pessoas. Que fração da pizza toda cada pessoa comeu?

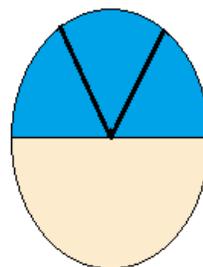
- O professor pede que os alunos usem os recortes e façam a ilustração da situação, ou seja representação da pizza inteira, metade da mesma e a divisão em três partes.



Pizza inteira



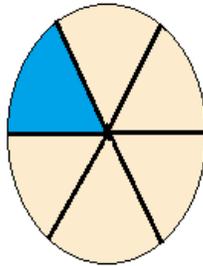
Metade da pizza: $\frac{1}{2}$



Metade da pizza repartida em três partes iguais:

$$\frac{1}{2} \div 3$$

- Os alunos serão questionados sobre quanto cada um dos pedaços divididos representa da pizza inteira? E que mostrem a situação através dos recortes.



A porção da pizza dividida em três partes iguais representa $\frac{1}{6}$ do todo.

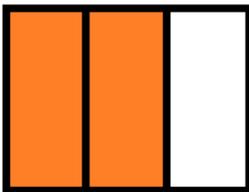
- É solicitado que os alunos façam a representação numérica da operação.

$$\frac{1}{2} \div 3 = \frac{1}{6}$$

- Para fixação da aprendizagem o professor pede a solução de outro exemplo.

Ex.

O resultado de $\frac{2}{3} \div 4 =$



Representação de $\frac{2}{3}$ da Região toda



Parte verde representa $\frac{2}{3} \div 4$



Em relação ao todo a região pintada representa $\frac{2}{12}$ ou $\frac{1}{6}$

- Incentivo ao desafio: O professor propõe que os alunos encontrem os resultados das operações anteriores através de cálculos numéricos, isto é, sem usar os desenhos ou material concreto.

- O professor informa que o denominador de todo número inteiro é o número 1.

- É solicitado aos alunos que façam um resumo dos resultados encontrados através da representação numérica.

$\frac{1}{2} \div \frac{3}{1} = \frac{1}{6}$	$\frac{2}{3} \div \frac{4}{1} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$
--	---

- Para ajudar os alunos a chegar ao resultado o professor formula algumas perguntas chaves.

1 – Na primeira operação se observarmos cada termo da fração dividendo e da fração divisor que operação foi realizada para encontrar os termos do resultado?

2 – O calculo observado se repete no segundo exemplo?

3 – Como é o esquema de calculo para alcançar o resultado?

- Os alunos apresentarão o esquema de calculo.

O denominador

$$\frac{1}{2} \div \frac{3}{1} = \frac{1}{6}$$

O numerador

$$\frac{1}{2} \div \frac{3}{1} = \frac{1}{6}$$

- O professor observa que o esquema mostrado pode ser arrumado como uma multiplicação da primeira fração pela segunda invertida.

$$\frac{1}{2} \div \frac{3}{1} =$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

- O professor solicita que os alunos testem o que foi explicado com o segundo exemplo.

$$\frac{2}{3} \div \frac{4}{1} =$$

$$\frac{2}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{2}{12} \div 2 = \frac{1}{6}$$

- Conclusão da atividade: No comentário final da atividade o professor busca que os alunos consigam sintetizar a ideia do algoritmo da divisão.

Para dividir frações:

- Multiplicar os termos da primeira fração pelos termos da inversa da segunda;

- Simplificar o resultado obtido, sempre que possível.

Comentários

Na utilização desta atividade é conveniente que o professor trabalhe com exemplos simples a fim de que o aluno consiga interpretar as tarefas e consiga entender o algoritmo da divisão de frações.

O método e os resultados da pesquisa

O estudo quer avaliar os procedimentos para ensino de frações apresentados neste trabalho. Para este fim se deseja aplicar as rotinas a um grupo de 22 estudantes do 6º ano do ensino fundamental na faixa etária de 11 a 14 anos.

O material utilizado foram os roteiros já descritos no trabalho, o material concreto a base de papel cartão e teste de avaliação sobre o conteúdo apresentado.

O desenvolvimento da pesquisa teve como ponto de partida uma apresentação ao grupo sobre a finalidade do trabalho e depois iniciou através da realização das atividades propostas conforme os roteiros. Os alunos foram separados em grupo e orientados pelo professor a executar tarefas com auxílio do material concreto. O objetivo desta atividade era fazer o aluno se familiarizar com o estudo de frações e que criasse um conceito informal sobre vários os tópicos inseridos no tema. O professor atuando como mediador e facilitador tinha o papel de esclarecer dúvidas e formalizar os conceitos matemáticos.

Na sequência a esta etapa os alunos foram submetidos a um teste que continha dez questões sobre os assuntos mostrados. A finalidade deste teste foi avaliar qual o nível de entendimento do assunto mostrado pelos alunos e assim apreciar a relevância da utilização dos procedimentos mostrados neste trabalho como mais uma ferramenta de ajuda aos docentes no ensino de frações no ciclo fundamental. Para uma comparação de resultados o teste também foi aplicado uma turma que estudou o assunto baseado no livro didático e planos de aula do professor utilizando a metodologia tradicional.

RESULTADOS OBTIDOS NA PESQUISA

O modelo do teste realizado encontra-se nos anexos deste trabalho. Nesta avaliação as questões foram distribuídas de modo a abordar os tópicos ensinados nos procedimentos, possibilitando assim a verificação do nível de assimilação por parte dos alunos que receberam as aulas sobre fração com as atividades usando material concreto e testar a eficácia da aplicação dos referidos procedimentos no processo de ensino – aprendizagem da disciplina quando comparado com os resultados obtidos por uma turma regular.

A seguir é mostrado o quadro com o número das questões e o assunto explorado nas mesmas

Questão	Assunto
1 e 2	Identificação dos termos da fração e representação da parte - inteiro
3 e 4	Equivalência de frações
5	Simplificação de fração
6, 9 e 10	Resolução de operações com fração
7 e 8	Resolução de problemas envolvendo frações

Quadro 01 – Relação de questões e assuntos abordados no teste de verificação.

O que mostraram os dados da pesquisa.

Item 01- Identificação dos termos da fração e representação da parte – inteiro

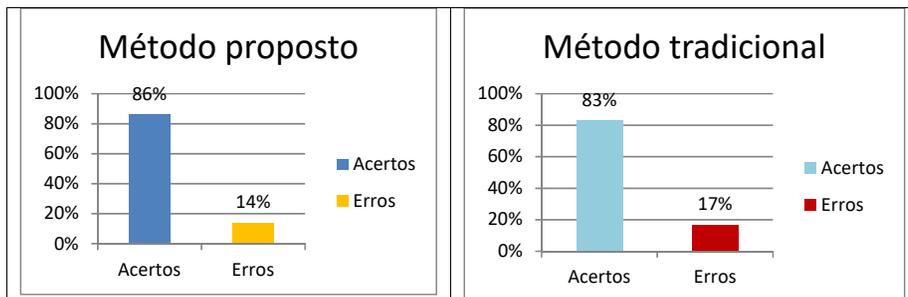


Gráfico 01 – Resultados das questões 01 e 02

A maioria dos alunos não teve dificuldades na identificação dos termos das frações e fazer a relação entre a parte e o inteiro. Observa-se que as duas turmas obtiveram resultados similares pois, nas duas turmas nas aulas introdutórias sobre o assunto foram apresentadas figuras para ajudar na percepção do conceito.

Item 02 – Equivalência de frações

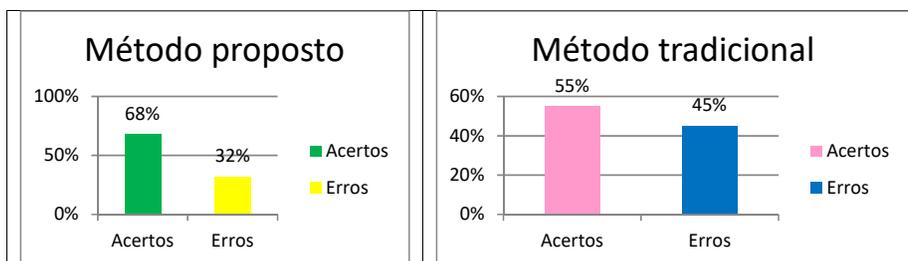


Gráfico 02 – Resultados das questões 03 e 04

Houve uma redução no número de acertos, mas consideramos ainda significativo o resultado. O motivo para queda de rendimento mais provável é a deficiência apresentada por vários alunos com relação ao conhecimento da tabuada e resolução de operações de multiplicação e divisão.

Item 03 – Simplificação de frações

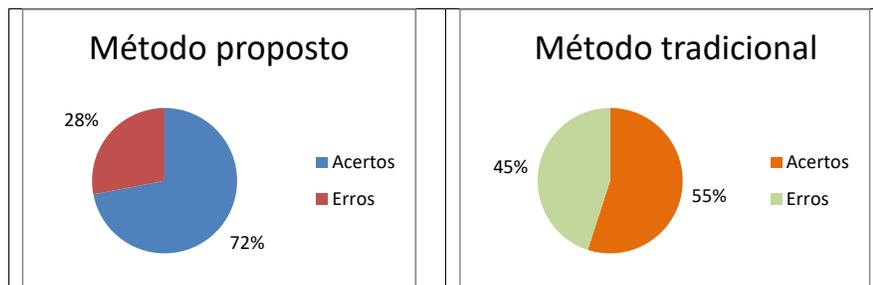


Gráfico 03 – Resultados da questão 05

Os resultados foram próximos aos do item anterior este fato reforça a ideia de que a queda de rendimento nestas questões é relacionada a dificuldade do aluno com operações básicas.

Item 04 – Resolução de operações com frações

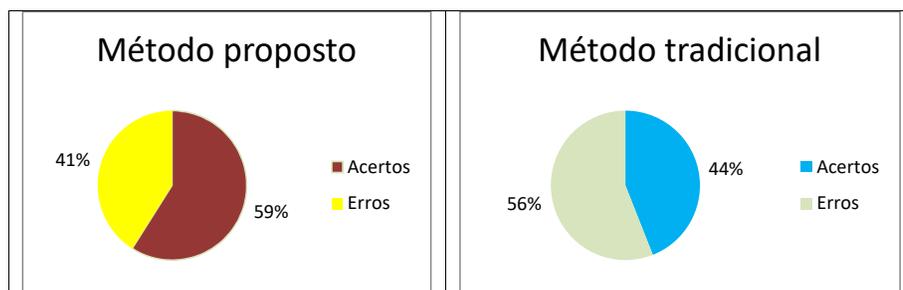


Gráfico 04 – Resultados das questões 6, 9 e 10

Aqui neste item verificamos que a falta da apresentação das figuras acresceu a dificuldade do teste para alguns alunos. O processo de liberação do uso de material concreto para execução de questões sem apresentação destas é lento e provavelmente o tempo entre a aplicação dos procedimentos e realização do teste foi curto para que os alunos tivessem

segurança nas resoluções. Aliado ao que foi exposto volta aparecer o problema da dificuldade em fazer as operações básicas e o conhecimento da tabuada.

Item 05 – Resolução de problemas envolvendo frações

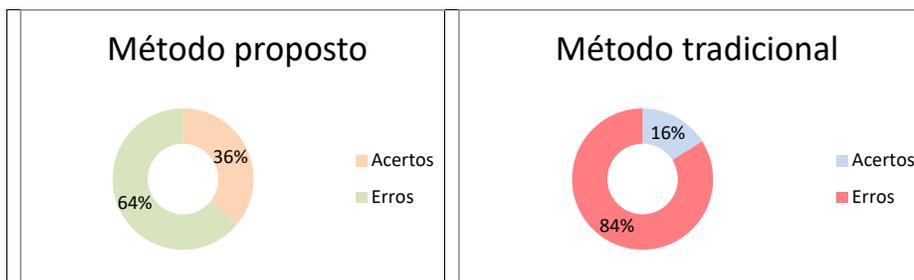


Gráfico 05 – Resultados das questões 7 e 8

As questões que envolveram resolução de situação – problema tiveram o menor índice de acerto do questionário. Analisando possíveis causas para esse resultado além do que já foi mencionado nos itens anteriores destacamos que o pouco tempo entre a aplicação dos procedimentos e a realização do teste fizeram com que o estudante não estivesse totalmente seguro quanto a aplicação das técnicas ensinadas. A outra causa importante e talvez o fator principal e a deficiência que os alunos mostraram na interpretação do texto das questões. De modo geral verifica-se uma aversão do estudante a este tipo de questão contextualizada envolvendo qualquer assunto de matemática.

4.3 Comentários adicionais

Os números da pesquisa embora apresentem uma redução do percentual de acertos para alguns itens, apontam que a turma submetida aos procedimentos de ensino de frações com material concreto obteve melhor rendimento que a turma regular.

É importante salientar outros detalhes observados durante a realização da pesquisa:

- O tempo

A execução das atividades demanda um tempo maior que numa aula expositiva, também a de se considerar um período maior a fim de que haja a libertação do aluno do uso de figuras concretas até este ganhar a destreza da resolução mental dos problemas propostos mas, ao passar por essa transição o aluno terá compreensão sobre o que está realizando e não apenas seguindo uma receita decorada.

- A disciplina do grupo de trabalho

O sucesso dessas atividades sofrerá interferência caso o grupo de trabalho não esteja motivado a alcançar os objetivos propostos. É importante o professor está atento e ter habilidade para fazer com que assuntos paralelos e brincadeiras não tumultuem o ambiente da sala de aula e das equipes formadas.

- A faixa etária dos alunos

Alunos com defasagem entre idade e ano escolar é fato comum nas escolas. Ao se trabalhar estas atividades alunos mais velhos podem não se interessar pela aula e trazer uma desmotivação ao grupo ou influenciar na questão da disciplina comentada anteriormente. Se possível atribua a este aluno uma participação que o faça sentir-se importante no contexto da aula, atuar como um monitor é um exemplo.

CONCLUSÃO

Neste trabalho apresentamos sugestões de procedimentos a serem utilizados pelo docente na sua atuação em sala de aula. A opção pelo uso do material concreto como um instrumento auxiliar dentro do processo de ensino – aprendizagem foi movido pelo seu caráter motivador e de propiciar ao professor trabalhar os conteúdos sobre frações dentro de uma proposta que favoreça ao aluno pensar e ser mais criativo deixando assim de ser mero executor de receitas decoradas.

Novamente queremos ressaltar que a utilização que a utilização dos procedimentos não pode ser vista como um meio de distração e preenchimento de tempo ocioso. O uso dos procedimentos tem uma meta, um objetivo maior que é dotar o aluno da capacidade construir o seu conhecimento, saber aplicar os conteúdos ensinados de forma correta quando necessário.

A forma e a intensidade de como esses procedimentos serão utilizados por professores dependerá das condições de trabalho com a qual se depararão. Como já comentado o ambiente de sala de aula varia em cada escola, também mencionamos que fatores como tempo, disciplina, quantidade de alunos em sala, etc. são variáveis relevantes neste processo. Assim só o docente poderá refletir e tirar o melhor proveito do que foi apresentado neste trabalho.

Àquelas perguntas que guiaram essa pesquisa dentre as respostas apontadas no trabalho temos a comentar que em relação ao modo de ensinar frações o que é relevante é utilizar meios que façam o aluno entender o significado do que está executando, saber usar o que aprendeu. Quanto a importância do uso do material concreto temos que ao se usado com critério seu papel será importante. Aqui mostramos algumas atividades que podem ser exploradas em sala de aula com a intenção de melhorar a qualidade do ensino de matemática.

Num processo de melhoria contínua e desde que o docente tenha recurso disponível, uma ideia quanto a aplicação dos procedimentos do trabalho é adaptá-los para o uso através de instrumentos de informática. Com este exemplo acreditamos que contribuições para uma melhor aplicação do que foi mostrado neste trabalho podem surgir, pois o professor na sua prática cotidiana pode ter uma nova ideia, uma prática que ajude a enriquece o que foi aqui exposto.

Outro ponto que gostaríamos que o trabalho realizado propulsionasse é baseado nas ideias do filósofo e pedagogo americano John Dewey (1859 – 1952) consiste na atuação do docente com um pesquisador. A interação em sala de aula é seu campo de observação e o objetivo é melhorar processo de educação. Na busca desse objetivo a Informação é peça chave e para sua obtenção temos as Universidades através de seus centros de pesquisa, revistas especializadas, a internet, os fóruns de discussão, etc. Ao trocar ideias o professor ajuda a melhorar o processo.

Também gostaríamos de comentar que a participação da família como incentivadora, fiscalizadora do trabalho da escola e do rendimento do aluno é fundamental para que ações como as analisadas nesta pesquisa tenham sucesso e não sejam meras intenções de trabalho.

Desta forma esperamos que o trabalho realizado possa contribuir positivamente no desenvolvimento do ensino da matemática.

BIBLIOGRAFIA

BOYER, C. B. **História da matemática**. São Paulo: Edgar Blücher, 1979.

CONTINUED fractions ... an intruduction. Disponível em <<http://archives.maths.utk.edu/articles/>> acesso em 02/03/2010

DANTE, Luis Roberto. **Tudo é matemática: ensino fundamental**. 2ª ed. São Paulo: Ática, 2005. V1.

EVES, Howard Whitley. **Introdução a história da Matemática**. 1ª ed. Campinas: Unicamp, 2004

FIorentini, Dário; Miorin, Maria Ângela. **Uma reflexão sobre o uso de material concreto e jogos no Ensino da Matemática**. Disponível em <www.sbempaulista.org.br/comunicações/> acesso em 22/02/2010

LOPES, A. J. **Reflexões sobre o ensino de frações no currículo de matemática**. Disponível em: <<http://www.matematicahoje.com.br/telas/autor/artigos/artigos>> acesso em 22/02/2010.

OLIVEIRA, Raquel Gomes de. **Aprendizagem de frações: Uma análise comparativa de dois processos diferentes de ensino na 5ª série do 1º grau**. 1996. 165 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Campinas, 1996.

RAMOS, Luiza Faraco. **Frações sem mistérios**. 19ª Ed. São Paulo: Ática, 2009

RANGEL, Mary. **Métodos de ensino para a aprendizagem e a dinamização das aulas**. 1ª Ed. Campinas: Papyrus, 2005.

SILVA, Angélica da Fontoura Garcia. **O desafio do desenvolvimento profissional docente: Análise da formação continuada de um grupo de professores das séries iniciais do ensino fundamental, tendo como objeto de discussão o ensino e aprendizagem das frações**. 2007. 308 f. Dissertação (Doutorado em educação Matemática) Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.

SOUSA, Vera Lucia Merlini de. **Frações e seus diferentes significados**. Disponível em <www.sbempaulista.org.br/comunicações/anais%5Cco0037> acesso em 22/02/2010

APÊNDICE

QUESTIONÁRIO PARA VERIFICAÇÃO DA APRENDIZAGEM

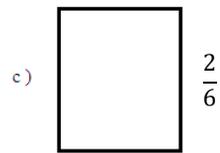
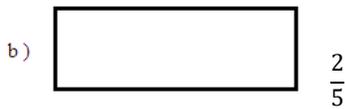
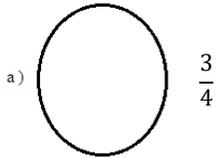
Teste de verificação

Nome: _____ Nº: ____ Idade: _____

1 – Nas figuras abaixo pinte de acordo com a fração e diga qual é o numerador e o denominador.



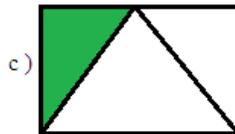
2 – Divida a figura em partes iguais e pinte a fração indicada



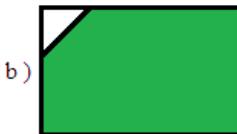
3 – Das figuras pintadas abaixo marque aquela que tem área pintada equivalente à área branca.



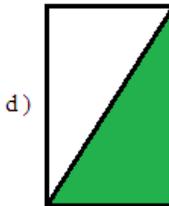
()



()



()



()

4 – Determine o valor de cada \square para que as frações sejam equivalentes.

$$a) \frac{2}{9} = \frac{\square}{90} \quad b) \frac{3}{5} = \frac{9}{\square} \quad c) \frac{36}{40} = \frac{\square}{10} \quad d) \frac{18}{24} = \frac{3}{\square}$$

5 – Simplifique a fração $\frac{15}{45}$.

6 – Resolva as operações abaixo:

$$a) \frac{2}{5} + \frac{4}{5} = \quad b) \frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \quad c) \frac{4}{7} \times \frac{3}{5} = \quad d) \frac{3}{8} : \frac{2}{5} =$$

7 – Num teste $\frac{2}{5}$ das questões eram de Matemática e $\frac{1}{3}$ das questões eram de Português. Qual foi a fração do teste correspondente a Matemática e Português juntos?

8 – Paulo e Ana ganharam $\frac{5}{8}$ de uma torta. Paulo ganhou $\frac{3}{8}$. Que fração da torta Ana ganhou?

9 – Quanto representa $\frac{1}{5}$ de $\frac{3}{4}$.

10 – Quantas vezes $\frac{1}{4}$ de uma pizza cabe em $\frac{1}{2}$ desta pizza?

Ensinando frações com cartões de papel e perguntas chaves

Este livro aborda uma série de procedimentos cuja finalidade é ensinar aos discentes do 5º e 6º ano do ciclo fundamental essas técnicas operatórias. Através da utilização de material concreto (cartões de papel), associado ao uso de perguntas chaves o aluno será motivado a descobrir relações importantes e necessárias para realizar operações com frações e assim, ter mais qualidade no processo ensino – aprendizagem lhe capacitando para compreender e saber buscar soluções a problemas matemáticos correlatos.

Autores

RFB Editora
Home Page: www.rfbeditora.com
Email: adm@rfbeditora.com
CNPJ: 39.242.488/0001-07
Av. Governador José Malcher, nº 153, Sala 12,
Nazaré, Belém-PA, CEP 66035065



9 786558 896104 >

