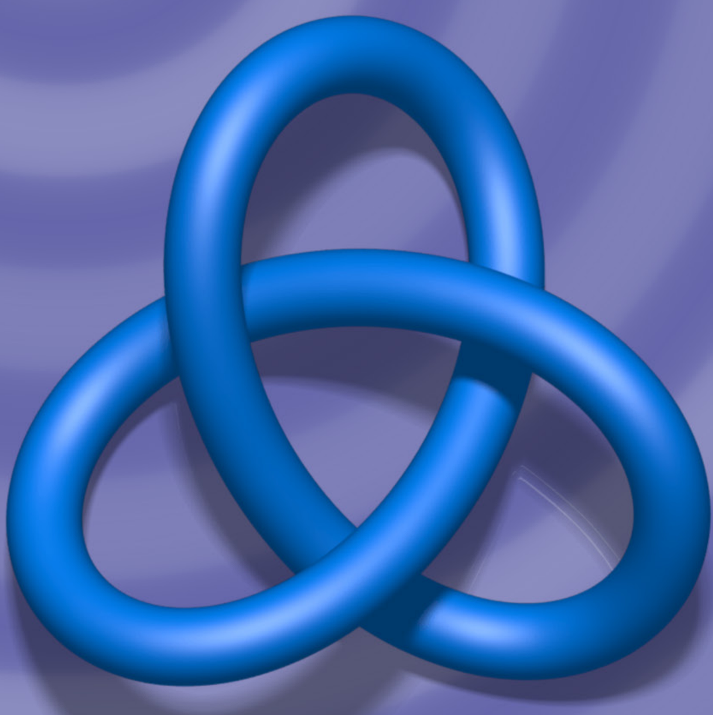
Emerson Batista Gomes
Natailson de Araujo Sampaio
Cassiano de Sousa Mota

NOÇÕES DE TEORIA DOS NÓS:
Uma abordagem para o Ensino Básico



Rfb
Editora

NOÇÕES DE TEORIA DOS NÓS
Uma abordagem para o Ensino Básico

Nossa missão é a difusão do conhecimento gerado no âmbito acadêmico por meio da organização e da publicação de livros científicos de fácil acesso, de baixo custo financeiro e de alta qualidade!

Nossa inspiração é acreditar que a ampla divulgação do conhecimento científico pode mudar para melhor o mundo em que vivemos!

Equipe RFB Editora

Emerson Batista Gomes
Natailson de Araujo Sampaio
Cassiano de Sousa Mota

NOÇÕES DE TEORIA DOS NÓS
Uma abordagem para o Ensino Básico

1ª Edição

Belém-PA
RFB Editora
2023

RFB Editora
CNPJ: 39.242.488/0001-07
www.rfbeditora.com
adm@rfbeditora.com
91 98885-7730
Av. Governador José Malcher, nº 153, Sala 12, Nazaré, Belém-PA,
CEP 66035065

Editor-Chefe
Prof. Dr. Ednilson Souza
Diagramação
Worges Editoração
Revisão de texto e capa
Autor

Bibliotecária
Janaina Karina Alves Trigo Ramos
Produtor editorial
Nazareno Da Luz

Catalogação na publicação
Elaborada por Bibliotecária Janaina Ramos – CRB-8/9166

G633n

Gomes, Emerson Batista

Noções de teoria dos nós: uma abordagem para o Ensino Básico / Emerson Batista Gomes, Natailson de Araujo Sampaio, Cassiano de Sousa Mota. – Belém: RFB, 2023.

58 p., fotos.; 16 X 23 cm

ISBN 978-65-5889-579-4

1. Educação. I. Gomes, Emerson Batista. II. Sampaio, Natailson de Araujo. III. Mota, Cassiano de Sousa. IV. Título.

CDD 370

Índice para catálogo sistemático

I. Educação

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO

Este livro é resultado de estudos realizados no âmbito do Programa de Bolsas de Iniciação à Docência da Universidade do Estado do Pará – PIBID – UEPA, realizado junto a professores da rede pública de ensino e estudantes de Licenciatura em Matemática da UEPA Campus X, no município de Igarapé-Açu, no Nordeste do Estado do Pará.

A proposta apresenta uma pesquisa de abordagem qualitativa em que levantamos a discussão sobre a adequação da *Teoria dos Nós*, um componente do ramo da Geometria chamado Topologia, como componente a ser adaptado ao currículo de Matemática do Ensino Básico, em espacial ao anos finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio.

A pesquisa iniciou com um levantamento histórico-epistemológico sobre a *Teoria dos Nós*, evidenciando trabalhos como o de Colin (1994), Dias (2014) e Santos (2014) que nos subsidiaram a construção de uma oficina, a qual nos possibilitou a discussão como o grupo e reflexão sobre pontos necessários à proposição do tema em níveis mais elementares de ensino, como por exemplo: as habilidades e competências associadas, as tarefas necessárias a apresentação do tema e nível de complexidade das tarefas propostas.

Não fora nossa intenção exaurir o tema, mas tão somente levantar argumentos para o início de uma discussão do objeto *nós* como possibilidade de existência nos programas de ensino básicos.

Apesar de evidências exitosas à exploração efetuada, a proposta constitui um singelo convite aos leitores para uma aproximação ao tema para que possam por si mesmos avaliar a possibilidade da Teoria dos Nós como objeto de vossas considerações no ensino de Geometria.

Os Autores.

INTRODUÇÃO

Quando falamos em *nós,* geralmente pensamos naqueles *nós* que estão presentes em nosso cotidiano como, por exemplo, aqueles que fazemos no cadarço do sapato, na gravata ou no fio de um short. Há também outros *nós* possíveis, associados a trabalhos que exigem amarrações complexas como no alpinismo, na marinha, no transporte de cargas pelos caminhoneiros, dentre outros.

Os primeiros indícios sobre os *nós* apontam para a Idade da Pedra, quando as civilizações já se utilizavam de *nós* em tarefas diárias, como no antigo Egito em que usavam e valorizavam de forma especial os *nós*, tal como os *nós* encontrados nas famosas tumbas dos faraós.

Segundo Rolland (2004, p. 5) outros povos também se utilizavam dos *nós* em suas tarefas diárias, como os incas que utilizavam os *nós* como uma linguagem e uma simbologia escrita. Essa prática adquiriu uma forma muito sofisticada, na qual elaboravam um sistema complexo e engenhoso que lhes permitia figurar operações numéricas necessárias à vida cotidiana.

Para Rolland (2004), o que caracteriza os *nós* utilizados por essas civilizações é sua estrutura instável, realizada a partir de uma ou várias cordas (cabos, linhas etc.) com o objetivo de uni-las a um objeto, uni-las entre si e também com o objetivo de encurtar as cordas. Contudo, podemos perceber a utilização dos *nós* em processos matemáticos simples utilizados por estas civilizações.

Em tempos mais recentes um matemático e físico alemão desenvolveu uma teoria que se utilizava dos *nós* para explicar um número finito de auto intersecções, e chamou seus estudos de *Teoria dos Nó*s. Contudo, não obteve muito sucesso em suas pesquisas, que só mais tarde ganharam o interesse de outros matemáticos, que se propuseram desenvolver a *Teoria dos Nós* no ramo da Geometria Topológica dos objetos.

Este processo de formalização dos *nós* para um meio científico nos despertou interesse em desenvolver uma abordagem para a Matemática do Ensino Básico. Nessa perspectiva, acreditamos que esse objeto que mora essencialmente no Ensino Superior, possa ser acessado nas Escolas do Ensino Básico. O que nos faz considerar tal possibilidade é que esse objeto (*nó matemático*) possui um paralelo no cotidiano (*nó do cotidiano*) que é muito natural na vida das pessoas, e que são utilizados no dia a dia em várias atividades. Essas atividades nos dão a entender que existem possibilidades dos aspectos técnico-teóricos dos *nós* serem acessados em níveis mais elementares de ensino.

Com esta perspectiva em mente, buscamos trabalhar na explicitação dos subsídios epistemológicos da *Teoria dos Nós* de modo a sustentar sua prática por meio de tarefas passíveis de tratamento no Ensino Básico. Para isso nos valemos de nossa participação no então Grupo Colaborativo de Educação Matemática – GCEM, que nos auxiliou na discussão e aplicações de tarefas e construção de sequências didáticas em dinâmicas de formação inicial e continuada de professores de matemática.

Nossas dinâmicas no grupo também nos possibilitaram avaliar ser necessário ampliar os espaços de discussão sobre a Geometria no Ensino Básico. Sobretudo, explorando conceitos do ramo topológico, e a *Teoria dos Nós* poderia contribuir com esse aspecto no ensino da matemática nas escolas.

A partir de discussões e investigações sobre o tema, buscamos responder a seguinte questão:

Em que termos podemos abordar a Teoria dos Nós no Ensino Básico?

Para responder a essa questão de pesquisa estabelecemos o seguinte objetivo: investigar e explicitar os subsídios técnicos e epistemológicos que sustentam a discussão acerca dos *nós não-*

matemáticos e nós matemáticos no contexto do Ensino Básico de matemática.

Para atender a este objetivo partimos de algumas especificidades, como: explicitar relações entre os *nós* do cotidiano e os *nós* matemáticos; estabelecer uma transição dos *nós do cotidiano* ao processo de construção de *nós matemáticos*; estabelecer um processo de construção de ambos os nós; estabelecer os subsídios para o tratamento da *Teoria dos Nós* enquanto conteúdo de aprendizagem matemática.

Esta pesquisa consiste em uma abordagem de cunho qualitativo e está estruturada da seguinte forma: Capítulo I: Epistemologia dos *Nós*, História dos *Nós* não-matemáticos, Construção de um Nó matemático, Movimentos de Reidemeister e o Inverso de um *Nó*; Capítulo II: Métodos da pesquisa, Participantes e Local de Pesquisa, Uma proposta de ensino dos *Nós* no Ensino Básico; Capítulo III: Análise de resultados, Descrição e análise da sequência de atividades; Considerações Finais e Referências.

Adotamos referenciais como Colin (1994), Dias (2014) e Santos (2014) que nos possibilitam discutir o emprego dos *nós* sob uma ótica da Topologia e como objeto didático no ensino de Geometria.

CAPÍTULO 1

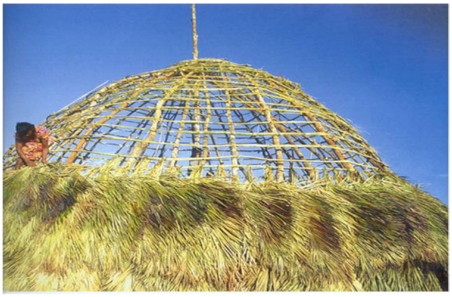
UMA EPISTEMOLOGIA DOS NÓS

1.1 História dos *Nós* não-matemáticos

Segundo Rolland (2004), muito antes da criação das modernas cordas sintéticas, já se elaboravam efetivas cordas com fibras de vegetais e se faziam *nós* com peles de animais para suas tarefas diárias. Os primeiros indícios apontam que na Idade da Pedra os caçadores já usavam alguns *nós* para a elaboração de armadilhas, assim como também estavam presentes em suas roupas e na fabricação de seus abrigos.

Figura 1 – Construção de Abrigos.

Figura 2 – Construção de Abrigos.



Fonte: Conselho de Arquitetura e Urbanismo/RN.

O surgimento desses *nós* em diferentes culturas nos leva a concluir que foram as variadas necessidades diárias que impuseram o surgimento e desenvolvimento dos nós enquanto tecnologia. Para melhor sustentar esse entendimento voltemos no tempo e contemplemos algumas práticas diárias que evidenciam o emprego dos nós.

Um dos *nós* mais antigos que se conhece foi descoberto em 1923, após várias escavações no Egito, que trouxeram evidências de um *nó* utilizado como um lacre da câmara secreta que guardava o sarcófago de Tutancâmon. A corda com o *nó* permaneceu lá por 3.245 anos.

Figura 3 – Lacre da Câmara Secreta de Tutancâmon.

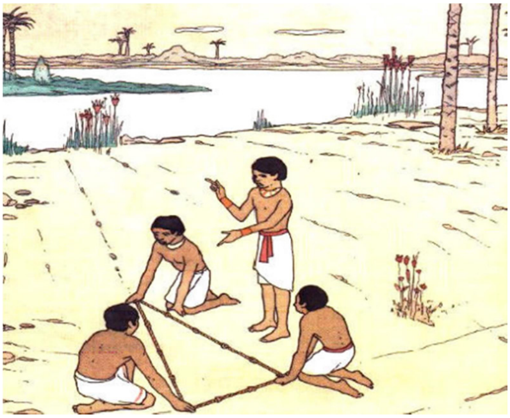
Fonte: GRIFFITH (2006).

Por esta simples evidência, podemos avaliar que a humanidade começou a adaptar os *nós* às suas necessidades há milhares de anos, nas atividades mais simples como amarrar objetos até funções mais complexas como as evidenciadas pelos antigos Gregos, Egípcios e Romanos, que usavam os *nós* com alguma complexidade nas construções de edifícios, pontes e fortificações.

A qualidade artística e tecnológica dos nós da antiguidade, de civilizações como a Egípcia, Grega e Romana, nos trazem evidências de que já usavam quase os mesmos *nós* que são atualmente conhecidos. Existem documentos históricos sobre *nós* relacionados à civilização egípcia em que eram conhecidas regras simples de mensuração e demarcação de linhas divisórias de terrenos nas margens dos rios e outras utilizadas na construção das pirâmides. Por exemplo, os egípcios utilizavam a relação $3^2 + 4^2 = 5^2$ para obter ângulos retos durante suas construções, empregando como ferramenta uma corda de 12 *nós*[1].

1 Os antigos egípcios usavam uma corda de 12 *nós* igualmente espaçados para determinar a perpendicularidade entre duas retas, ou seja, para verificar a existência de um ângulo reto.

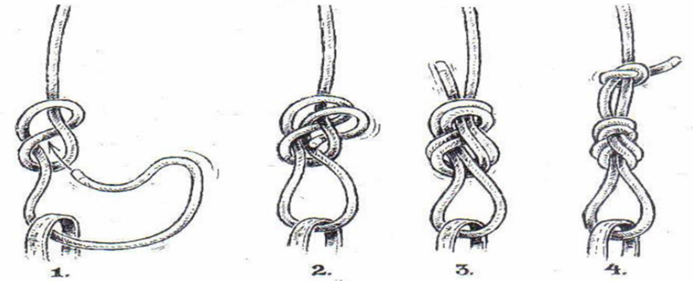
Figura 4 – Mensuração de Terras Egípcias.



Fonte: MUZÁS (2014).

Rolland (2004), afirma-nos que se algo caracteriza o ser humano é sua incansável busca por conhecimentos, de forma que a evolução não parou, logo as técnicas implantadas na elaboração dos *nós* experimentaram um importante avanço entre os séculos XVI e XVIII, impulsionados pelo auge das viagens marítimas. Neste contexto, os *nós* de marinheiros são o alicerce de muitos outros *nós* usados atualmente.

Figura 5 – Nó Oito para Encoramento.



Fonte: RELEIGH (1998, p. 34).

Entretanto, quando falamos matematicamente de *nó*, não nos referimos a exatamente a esses *nós* que estão presentes em nosso cotidiano, pois os *nós* que citados até agora, em geral, têm suas extremidades soltas. "Podemos então afirmar que um nó matemático é uma curva poligonal simples e fechada no espaço tridimensional" (SANTOS, 2014, p. 27).

1.2 Construção de um Nó Matemático

Ao tomarmos um pedaço de corda e darmos um "nó-cego", colando as suas duas extremidades juntas para formar um laço atado, o resultado é uma corda que não tem pontas soltas e que é realmente amarrada, formando, assim, um modelo do *nó matemático* chamado *nó trevo*.

Figura 6 – Formando um Nó de um pedaço de corda.

Fonte: Colin, (1994, p. 01).

No campo das ciências exatas as pesquisas sobre *nós* tiveram uma longa história, passando por várias investigações diferentes. Contudo, mesmo depois de diversos estudos em relação a *Teoria dos Nós*, ainda pouco se sabe sobre suas propriedades matemáticas. *Nós* com "poucos" cruzamentos já foram classificados, mas não todos os *nós* existentes. A classificação dos *nós* ainda é um problema em aberto da Matemática.

A *Teoria dos Nós* teve origem com Carl Friedrich Gauss (produção de 1825-1844), que foi um matemático, astrônomo e físico alemão. Para Gauss a teoria deveria classificar curvas planas fechadas com um número finito de auto interseções (SANTOS, 2014, p. 31).

Fora da Alemanha um físico chamado William Thomson (1860) investigou a *Teoria dos Vórtices* sobre uma abordagem na *Teoria*

Atômica[2]. Para ele o mundo era constituído por um fluido invisível chamado éter, em que os átomos seriam os vórtices e neles teriam os *nós*. Os *nós* seriam então definidos como parte das substâncias que constituem tudo no Universo. Mas essa teoria de William Thomson não resistiu por muitos anos (DIAS, 2004).

Na tentativa de explicar os diferentes tipos de matéria, William Thomson hipotetizou que os átomos eram meramente *nós* no tecido deste éter. Thomson estava errado. Em 1887, o experimento de Michelson-Morley demonstrou que não havia éter para o *nó*. Após isso, um modelo mais preciso de estrutura atômica foi concebido no final do século XIX e os químicos perderam o interesse em *nós* (COLIN, 1994).

Ainda assim, os matemáticos ficaram intrigados com os *nós*. Um século de trabalho sobre a teoria matemática dos *nós* a tornou um subcampo da matemática chamado Topologia, no qual se estudam as propriedades de objetos geométricos que são preservadas sob deformações.

O físico e matemático escocês Maxwell (1868) sentiu interesse no tema e o aprofundou seus estudos na *topologia dos nós*. Seu objetivo principal era encontrar uma forma de definir quando duas projeções se assemelhavam a um mesmo *nó* ou *enlace* em um espaço tridimensional. Logo em seguida ele veio a desenvolver um sistema de catalogação entre cruzamentos e arcos, para o qual definiu que um arco era uma linha da projeção de dois cruzamentos.

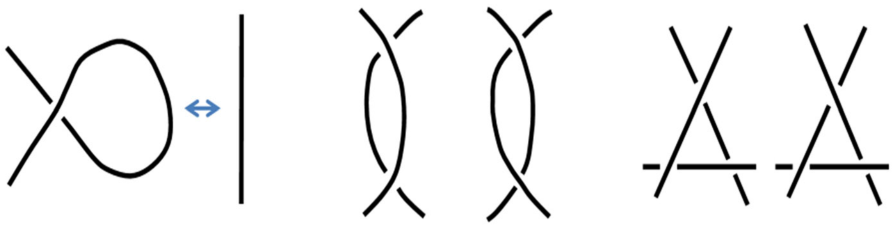
Maxwell também delimitou algumas regiões com arcos. Essas delimitações feitas por ele foram de grande valor para entendermos mais sobre a teoria. As delimitações dos arcos e seus movimentos ajudaram o matemático alemão Kurt Reidemeister em sua pesquisa

2 Para William Thomson (1860), o modelo atômico consiste em átomos que são formados por um conjunto de tubos vórtices fechados no Éter – infinito, incompressível, homogêneo e sem atrito.

sobre diagramas de *nós*. Reidemeister enfatizou movimentos semelhantes àqueles descobertos por Maxwell, conhecidos hoje como movimentos de Reidemeister.

Para um melhor entendimento sobre os movimentos de Maxwell e depois de Reidemeister vejamos as delimitações feitas por Maxwel.

Figura 7 – Regiões Delimitadas por I, II e III Arcos.



Fonte: SANTOS (2014, p. 21).

Depois de apreciar a *Teoria dos Vórtices* de Thomson, o físico e matemático escocês Peter Guthrie Tait não se sentiu satisfeito com tal conceito e resolveu elaborar uma tabela que, em 1876, definiu como sendo uma tabela completa dos *nós*. Com esta tabela ele esperava estabelecer uma relação de compatibilidade com a teoria atômica de Thomson.

No período em que trabalhava no desenvolvimento de sua tabela, Tait interessou-se também por invariantes. Invariante é algo que não se altera ao aplicar um conjunto de transformações. Na *Teoria dos Nós,* os invariantes verificariam a equivalência, ou não, entre dois *nós* através de seus diagramas. Logo ele poderia identificar a existência de *nós* que poderiam ser transformados de *destros* para *canhotos*[3], sem variações em seu sistema.

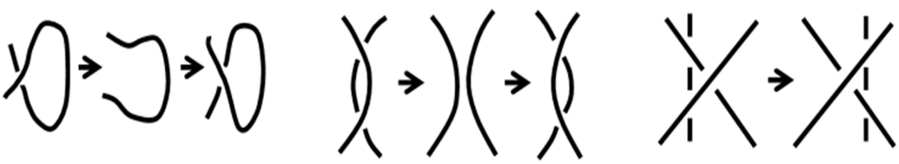
Os trabalhos realizados por James W. Alexander e Kurt Reidemeister foram os que trouxeram mais relevância para o

3 Nós destros e canhotos tratam de imagens de nós espalhados um do outro.

desenvolvimento da *Teoria dos Nós*, mesmo com pesquisas inicialmente diferentes. Uma vez que, Alexander desenvolveu sua pesquisa por intermédio de congregações de equivalência, já o Reidemeister desenvolveu sua pesquisa através de congregações fundamentais.

Com o progresso da pesquisa de Alexander acerca das congregações de equivalência[4] ele conseguiu desenvolver um polinômio invariante de *nós*, enquanto Reidemeister conseguiu mostrar que existe uma sequência de três movimentos de um *enlace* que engloba todas as projeções, que ficou conhecido como os *movimentos de Reidemeister*. Abaixo os tipos de movimentos de Reidemeister.

Figura 8 – Tipos de movimentos.



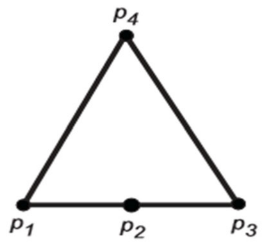
Tipo I. Tipo II Tipo III

Fonte: SANTOS (2014, p.36).

Para compreendermos a definição de *nós* no meio matemático que vamos abordar neste trabalho, devemos nos atentar para algumas considerações. Inicialmente devemos ter um breve conhecimento sobre o que vem a ser uma curva poligonal fechada em um espaço tridimensional (R^3), sendo um *nó* poligonal um conjunto de segmentos de retas em R^3. Para entender melhor tal definição consideremos o seguinte exemplo: sejam três pontos consecutivos em um dos segmentos de um poligono fechado. Esses pontos são colineares, e mesmo eliminando o ponto P_2 que se localiza entre os pontos P_1 e P_3 do segmento de reta, ainda ficamos com um mesmo nó poligonal, mas com um distinto conjunto ordenado de pontos.

4 Dois nós matemáticos são equivalentes se um pode ser transformado no outro por meio de uma deformação de R3 em si mesmo (isotopia do ambiente).

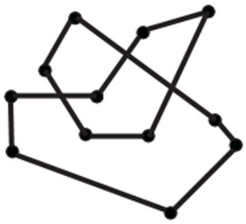
Figura 9 – Nós triviais poligonais definidos por distintos conjuntos de pontos.



Fonte: DIAS (2004, p. 18).

Essa definição mostra a importância de sua representação dentro da *Teoria dos Nós*, pois considera que um conjunto ordenado ($\boldsymbol{p_1}$, $\boldsymbol{p_2}$, ... , $\boldsymbol{p_n}$) define um *nó* poligonal. Então nenhum subconjunto que não seja seu próprio ordenado define o mesmo *nó*. Logo, cada um dos elementos determinados são vértices de um *nó* poligonal. Analisando o *nó trevo* poligonal fica evidente que ele não possui três pontos colineares.

Figura 10 – Nó trevo poligonal.



Fonte: DIAS (2004, p. 18).

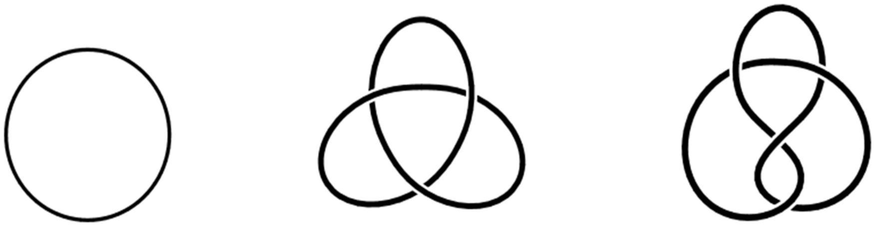
Para melhor entender as noções básicas da *Teoria dos Nós*, tomamos em medida um *nó* poligonal simples e fechado em $\boldsymbol{R}^3$, para o qual podemos representar com diagramas de segmentos de retas no plano. Para melhor percepção dos *nós* vamos interpretemos os *nós* como curvas planas e não como segmentos de retas em $\boldsymbol{R}^2$, pois sua representação em $\boldsymbol{R}^2$ traria um grau de maior complexibilidade em seu entendimento.

Figura 11 – Diagramas do nó trevo.

Fonte: DIAS (2004, p. 20).

Na *Teoria dos Nós* um diagrama é constituído por uma união de curvas planares em que os arcos se intersectam nos cruzamentos. Com isso, aos arcos que não são descontinuados dizemos que estão por cima, já os dois arcos que possuem uma descontinuidade dizemos que estão por baixo no cruzamento, como podemos observar na imagem a seguir:

Figura 12 – Diagramas dos Nós: Trivial, Trevo e Oito.



Fonte: DIAS (2004, p. 20).

É possível constatarmos nas figuras, que no diagrama do nó trevo existem 3 cruzamentos e 3 arcos, já no diagrama do *nó* oito existem 4 cruzamentos e 4 arcos, e no diagrama do *nó* trivial não existem cruzamentos e nem arcos. Esta igualdade está presente para todos os diagramas de *nós*, observando os diagramas dos *nós* trevo e oito podemos perceber que em cada cruzamento temos três arcos, todos os *nós* com oito cruzamentos podem ser representados por diagramas.

Um diagrama de um nó pode ser considerado alternado quando percorrendo o diagrama encontramos cruzamentos alternados por cima e por baixo. Mas existem *nós* que não podem ser simbolizados por diagramas alternados, como por exemplo o nó oito.

Figura 13 –Diagrama alternado / Diagrama não alternado.

Fonte: DIAS (2004, p. 21).

1.3 Movimentos de Reidemeister

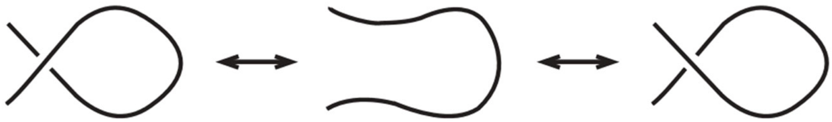
Como já foi abordado neste trabalho a contribuição de Reidemeister para a *Teoria dos Nós*, vamos fazer um breve estudo com relação aos movimentos determinados por este pesquisador, mas é importante lembrar que todos os *nós* são semelhantes entre si quando podem ser transformados um no outro, considerando distorções no espaço $\boldsymbol{R}^3$. Estes *nós* são representados cada um por um diagrama, estando os *nós* em um ambiente isotópico, isto é, onde seus movimentos podem ser continuos dentro do $\boldsymbol{R}^3$, e assim podem ser transformados em outros *nós*, ou um no outro.

Reidemeister definiu esses movimentos como uma forma de modificar o diagrama de um *nó*, permitindo transformar os seus arcos e alterar os seus cruzamentos. Deste modo, classificou-os em:

$[\boldsymbol{R}_0] \rightarrow$ Movimentos simples que consistem em arrastar ou puxar os arcos que constituem o *nó*, sem que seja introduzida qualquer modificação nos cruzamentos.

$[\boldsymbol{R}_1] \rightarrow$ Movimento que introduz ou remove uma torção no diagrama.

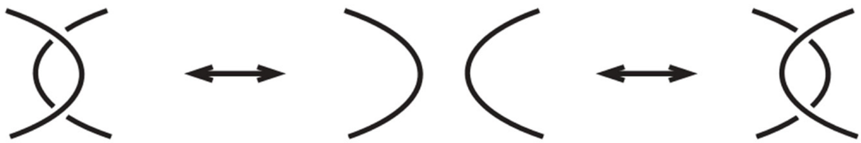
Figura 14 – Movimentos de torção.



Fonte: DIAS (2004, p. 21).

$[R_2] \rightarrow$ Movimento que introduz ou remove dois cruzamentos que cruzam ambos por cima ou ambos por baixo.

Figura 15 – Movimentos que alteram os cruzamentos.



Fonte: DIAS (2004, p. 22).

Existem vários outros movimentos que Reidemeister desenvolveu, mas não é de nosso interesse aprofundá-los, pois correspondem a situações mais profundas da teoria e que não vamos abordar neste trabalho.

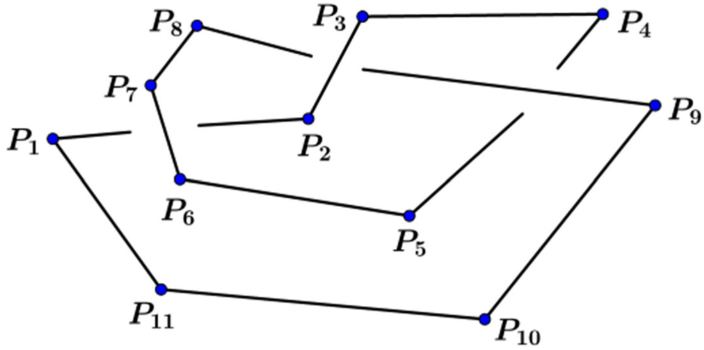
1.4 O INVERSO DE UM NÓ

Como já definimos, um *nó* é um conjunto de segmentos de retas poligonais em R^3, e se esse conjunto de segmentos de retas poligonais é constituido por infinitos pontos (p_1, p_2, ... , p_n), considerando que os pontos definem um sentido ao *nó*, então temos que o conjunto (p_n , p_{n-1}, ... , p_2, p_1) determina um sentido contrário ao primeiro. Logo, podemos afirmar que o inverso de um *nó* poligonal K, definido por um conjunto ordenado de pontos (p_1, p_2, ... , p_n) é o nó $-K$ definido por (p_n, ... , p_2, p_1).

Ao analizarmos as definiçõoes acima com cuidado, é possível percebermos que um *nó* inverso é o mesmo *nó*, apenas se apresenta com sua orientação inversa. Assim, é plausível afirmar que, para o conjunto de pontos (p_1, p_2, ... , p_n) existem várias combinações possíveis que podem representar o mesmo *nó*. Como exemplo, temos (p_3, p_4, ... , p_n, p_1, p_2) que possui as mesmas combinações que (p_1, p_2, ... , p_n).

Para melhor entendermos essa definição, vamos observar a figura a seguir:

Figura 16 – Representação poligonal do nó trevo orientado.



Fonte: SANTOS (2014, p. 51).

Por meio da figura podemos enumerar várias sequências de pontos diferentes, como (p_2, p_3, ... , p_n, p_1), (p_5, p_6, ... , p_n, p_{11}, p_1), dentre outras, e todas essas representam o mesmo nó.

1.5 *Teoria dos Nós* e Ensino

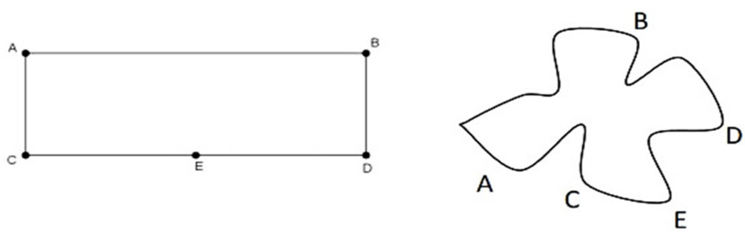
Segundo Santos (2014), a *Teoria dos Nós* quando aplicada ao Ensino Básico proporciona uma boa oportunidade de entendimento da geometria ao aluno, pois ele irá construir seu conhecimento geométrico pela manipulação de formas físicas.

> [...] a *Teoria dos Nós* carrega consigo uma enorme capacidade de tratar formas geométricas no campo prático do estudo, pois a compreensão da teoria depende também da construção de modelos físicos. Dessa forma, os *nós* matemáticos possuem o

> poder para otimizar a ligação entre teoria e prática nas aulas [...]. (SANTOS, 2014, p. 79)

Dessa forma, essa reflexão salienta que a *Teoria dos Nós* se apresenta como um instrumento didático-metodológico pertinente, capaz de formar alunos que compreendam os conceitos matemáticos topológicos. Sendo a Topologia o ramo da Geometria que estuda os Espaços Topológicos. Essa geometria estuda as transformações contínuas sendo o estudo em que comprimento, ângulos e formas podem sofrer modificações contínuas e reversíveis. É interessante observar que na Topologia um triângulo pode ser transformado em um quadrado, e um quadrado em um círculo sem perder suas características topológicas.

Figura 17 – Deformações Topológicas.



Fonte: SILVA & LEIVAS (2012, p. 03).

> Em Topologia todas as formas geométricas são uma só, porque ela estuda somente as propriedades que não se alteram com as transformações contínuas, ou seja, as que estão presentes na continuidade, por isso ela é também chamada de geometria da borracha, pois trata das propriedades de posição que não são afetadas por mudanças de tamanho e forma, quando movidos. Assim, a Topologia é o estudo das propriedades geométricas que permanecem inalteradas mesmo que se estique, que se encolha, que se torça, que se corte, torça e cole novamente no mesmo sentido do corte (RISSI, 2008, p. 08).

Apesar das patentes diferenças entre as geometrias convencionais e a Topologia, Rissi (2008) adverte que atividades práticas sobre Topologia parecem estar dissociadas da realidade dos alunos do Ensino Básico. Evidenciamos, portanto, que um importante saber matemático vem sistematicamente sendo negligenciado no Ensino Básico.

Para uma possível abordagem nas escolas, os conceitos de Topologia devem ser desenvolvidos de forma efetiva, oportunizando que os alunos experimentem dinâmicas e situações que lhes auxiliem na percepção de outras geometrias, para além das comumente trabalhadas nas escolas.

CAPÍTULO 2

MÉTODOS DA PESQUISA

Esta pesquisa se caracteriza por uma abordagem qualitativa, que se desdobra em duas etapas: uma bibliográfica, com o estudo de obras e referências sobre a *Teoria dos Nós*; e outra exploratória, em que discutimos os resultados da formação de um grupo de professores submetidos a uma sequência didática que explora os conceitos elementares dos nós.

2.1. Participantes e Local de Pesquisa

A pesquisa foi desenvolvida com 20 participantes, sendo eles: professores da rede pública de ensino e estudantes da licenciatura em Matemática, bolsistas do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID) e não bolsistas, todos participantes do Grupo Colaborativo de Educação Matemática – GCEM, na Universidade do Estado do Pará – UEPA, localizada no município de Igarapé – Açu – PA.

Para preservar a identidade dos participantes envolvidos na pesquisa, utilizaremos o prefixo **P**, para identificar os integrantes da amostra acompanhado de um número que corresponderá unicamente aquele sujeito.

2.2. Uma Proposta de Ensino da *Teoria dos Nós* no Ensino Básico

Para a implementação da proposta didática sobre os nós, adotamos uma abordagem qualitativa, em que levantamos inúmeras discussões sobre o tema por meio de uma oficina, em que questionamos a possibilidade dos *nós* enquanto um objeto de ensino do Ensino Básico.

Para a realização dessa discussão, fora desenvolvida uma sequência didática em que trabalhamos a epistemologia dos *nós* do cotidiano, a origem da *Teoria dos Nós* no campo das ciências exatas, as principais características dos nós matemáticos e suas propriedades.

Inicialmente disponibilizamos aos participantes alguns *nós do cotidiano* e matemáticos para a manipulação livre, e desenvolvemos uma sequência de atividades, explorando técnicas construtivas sobre os *nós* do cotidiano e dos *nós matemáticos*, que nos auxiliaram na dinamização das discussões sobre os objetos e tarefaras executadas.

A dinâmica fora suportada teoricamente por Zabala (1998) e Oliveira (2013), que nos orientam sobre a organização de sequências didáticas com objetivos bem definidos e explícitos aos professores e alunos, de modo que possam aprender com as dinâmicas e contribuir com os pesquisadores na construção do conhecimento e de novos saberes.

As tarefas que propõem a caracterização e diferenciação entre os *nós matemáticos* e os *nós do cotidiano* possibilitou aos participantes da oficina uma experiência lúdica e construtiva de modelos físicos dos *nós* e sua apropriação formal enquanto um ente geométrico. Como retratamos a seguir:

Atividade 01

Apresentamos uma breve abordagem histórica na qual exploramos os *nós do cotidiano* e os *nós matemáticos*, seus empregos e processos de construção matemáticos, objetivando que os participantes tivessem uma perspectiva sobre a origem dos *nós* e percepção sobre os *nós matemáticos*. Esta atividade foi desenvolvida para oportunizar um primeiro contato dos participantes com os *nós* e a formalização dos *nós matemáticos*.

Atividade 02

Após a abordagem histórica, disponibilizamos aos participantes alguns *nós do cotidiano* e *nós matemáticos.* A tarefa consistia em que analisassem os nós apresentados e fizessem a sua diferenciação em *nós matemáticos* e *não-matemáticos*, justificando e argumentando as suas percepções. Esta atividade também oportunizou tecermos diferenças e similaridades entre os tipos de nós.

Atividade 03

A partir da diferenciação entre os *nós matemáticos* e *não-matemáticos*, desenvolvemos uma terceira tarefa, na qual levantamos aos participantes os seguintes questionamentos: Existem *nós* presentes no cotidiano que podem se tornar *nós* matemáticos?

A partir disso, disponibilizamos pedaços de cordas para os participantes e os motivamos com a apresentação de construções de alguns nós do cotidiano. Com isso, os participantes fizeram manipulações para avaliarem se os nós construídos poderiam se transformar em nós matemáticos.

O capítulo a seguir nos apresenta alguns resultados dessas atividades.

CAPÍTULO 3

ANÁLISE DOS RESULTADOS

3.1. Descrição e análise da sequência de atividades

A primeira atividade da oficina se deu pela apresentação histórica dos *nós*, na qual foram apresentadas técnicas de utilização dos *nós* por várias civilizações e suas múltiplas funções. Com a apresentação dos *nós*, percebemos que os participantes demostraram estar surpresos por um simples nó, que está presente no nosso cotidiano, ter um paralelo que possui uma formalização matemática conhecida como a *Teoria dos Nós*.

Após a socialização do processo histórico-epistemológico dos *nós*, houve uma discussão, em que indagamos os participantes se os *nós do cotidiano* apresentados poderiam se transformar em um nó matemático.

Evidenciamos que não eram todos os *nós* apresentados que poderiam se transformar em nós matemáticos, pois para caracterizar um nó matemático precisam ser cumpridas algumas características como: não ter extremidades soltas e dois cruzamentos consecutivos não podem ser semelhantes.

Na sequência, realizamos um questionário com as seguintes perguntas:

1. O que você entende sobre os *nós* presentes no cotidiano? Justifique.

O objetivo da pergunta foi para verificar se os participantes conseguiram entender as múltiplas funções dos *nós* presentes no cotidiano. A seguir transcrevemos algumas respostas dos participantes:

> **P1:** *Compreendo que seja para utilidade de algumas ações, que necessitam dos nós para executar determinada prática ou trabalho, pois esses nós dão mais firmeza em amarrações.*

> **P2:** *Entendo que os nós são utilizados para fins rotineiros, por exemplo: nós de cadarço, roupas e cordas, dentre outros.*
>
> **P3:** *Entendo que é algo que podemos "amarrar", como por exemplo: nó de cordas de rede, nó de cadarço de sapato etc.*
>
> **P4:** *Os nós estão presentes em nosso cotidiano e nas coisas que fazemos. Como nós do cadarço, punho de redes, nós de marinheiros, entre outros.*

Avaliamos que os participantes reproduziam em suas respostas as mesmas exemplificações constantes nos textos de nossas apresentações. Se de um lado constatamos ter havida a assimilação do conceito de nós cotidianos, fica-nos a dúvida se seriam capazes de extrapolar os exemplos para outras situações não discutidas.

2. O que você entendeu sobre os *nós matemáticos*? Justifique.

O objetivo da pergunta foi o de verificar se os participantes conseguiram assimilar as características dos *nós matemáticos*. Algumas respostas são ilustradas abaixo:

> **P1:** *É um objeto matemático que diferente do nó do cotidiano, não possui extremidades e mora essencialmente no ensino superior.*
>
> **P2:** *São nós que não perdem suas propriedades ao serem manipulados, pois possuem um caráter topológico.*
>
> **P3:** *São nós que podem ser manipuláveis, que tem sua própria teoria.*

> **P4:** *São nós que parecem com os do cotidiano, mas não tem extremidades e tem suas próprias particularidades.*

Mais uma vez as ponderações do grupo apresentam similaridade com o que lhes foi apresentado. Do ponto de vista técnico suas respostas se aproximam da definição de nós matemáticos. Contudo, parece não abstraírem a ideia de que ao tratarmos os nós matemáticos, entes geométricos pertencentes ao ramo da Topologia, por serem matemáticos, não possuem de fato materialidade física, pois constituem abstrações topológicas como os demais entes da geometria.

Entendemos, deste modo, que uma prática de sala de aula deva incorporar à sequência didática uma tarefa de passagem da interpretação e representação física dos nós do cotidiano e dos nós matemáticos, para o campo abstrato da topologia.

Na segunda atividade, foram disponibilizados aos participantes alguns *nós do cotidiano e matemáticos*. Com isso, eles deveriam fazer a distinção de ambos os *nós*, esta atividade foi muito construtiva, pois todos os participantes conseguiram diferenciar os *nós* com algumas características. A seguir estão as respostas dos participantes.

P1: A diferença é que os *nós do cotidiano* têm “ponta solta” e *nó matemático* são curvas fechadas.

P12: Um *nó do cotidiano* é utilizado em tarefas diárias que necessitam amarrações, já os *nós matemáticos* podem ser utilizados no Ensino de Geometria.

P3: Um *nó matemático* diferencia-se de um *nó do cotidiano*, pelo fato de terem suas propriedades e suas manipulações.

P9: Umas das principais diferenças é que o *nó matemático* não tem extremidades ao contrário do *nó do cotidiano*.

Consideramos que a tarefa teve êxito, pois o grupo apresentou boa compreensão sobre a diferenciação dos nós do cotidiano e seu paralelo matemático. Todavia, parece-nos necessário incrementar a atividade com outras subtarefas de modo a superar a lógica simplesmente manipulativa dos nós, para uma lógica mais reflexiva a que lide com as propriedades teóricas dos nós, como suas manipulações a partir das contribuições de Reidemeister.

Após a apresentação da epistemologia dos "*nós matemáticos*" e "*não-matemáticos*", foi desenvolvida uma terceira atividade na qual apresentamos ao grupo um vídeo ensinando como construir alguns *nós* do cotidiano. Entretanto, os participantes tiveram algumas dificuldades nesse processo de construção, o que nos levou a auxiliá-los.

Figura 18 – Auxílio na construção dos nós.

Fonte: Acervo pessoal (2018).

Figura 19 – Auxílio na construção dos nós.

Fonte: Acervo pessoal (2018).

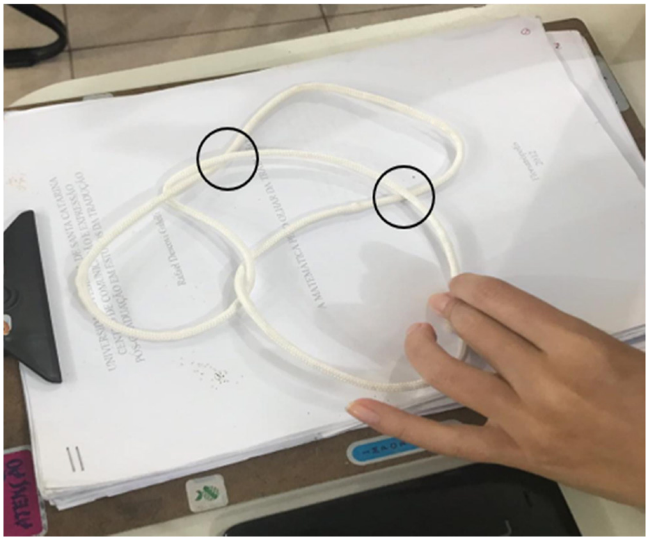
Depois da dinâmica, indagamos aos participantes se aqueles *nós do cotidiano* apresentados poderiam se transformar em um nó matemático. Para a realização dessa atividade foram disponibilizados pedaços de cordas e fitas adesivas. Para a construção das representações dos *nós matemáticos* ditamos algumas limitações ao processo de construção, como: limitar o número de cruzamentos para no máximo 4, considerando o que evidenciamos nas reflexões de Santos (2014).

> Obviamente, essa tarefa vai se tornando muito difícil à medida que o nó possui um número maior de cruzamentos, mas essa preocupação pode ser contornada, uma vez que construir todos os *nós* conhecidos não é o objetivo principal do estudo a nível de ensino médio. É suficiente construir alguns *nós* com uma quantidade pequena de cruzamentos para uma manipulação leve e acessível ao estudante do ensino básico (p. 79).

Neste processo, percebemos que alguns participantes tiveram dificuldades em identificar se o *nó do cotidiano* apresentado se caracterizaria como um nó matemático ao juntar as pontas. Assim surgiram algumas perguntas, como: Por que não é um *nó matemático*?

Explicamos que aquele *nó* tinha dois cruzamentos consecutivos semelhantes. Mas é importante considerar que, se mudássemos a configuração visual teríamos sim um nó matemático, já que dois nós consecutivos semelhantes nos indicam que a representação pode ser simplificada para uma configuração mais simples com menos pontos.

Figura 20 – Nó que não possui as características matemáticas da Teoria dos Nós.



Fonte: Acervo pessoal (2018).

Após essa discussão os participantes identificaram que dois *nós do cotidiano* apresentados se transformam em *nós matemáticos*. Os *nós* que sofrem essas transformações são: o *nó* conhecido popularmente como "*nó cego*", que se transforma no nó matemático "*trevo*" e o "*nó de algema*" que se transforma no *nó matemático "trivial"*.

Figura 21 – Nó cego desenvolvido por participante.

Fonte: Acervo pessoal (2018).

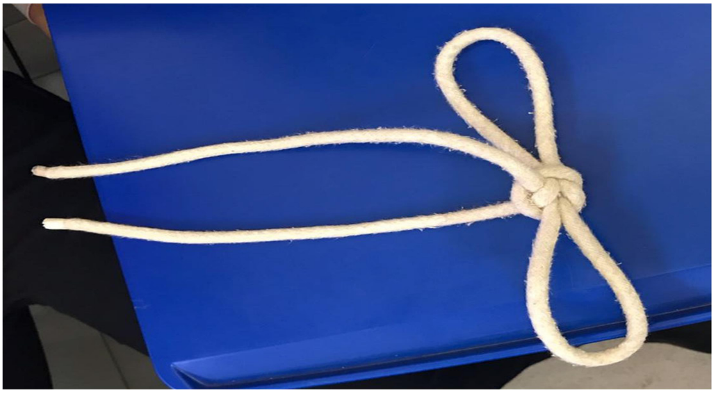
Figura 22 – Nó trevo desenvolvido por participante.

Fonte: Acervo pessoal (2018)

Figura 23 – Nó trivial desenvolvido por participante.

Fonte: Acervo pessoal (2018).

Figura 24 – Nó de algema desenvolvido por participantes



Fonte: Acervo pessoal (2018).

A fim de analisar as perspectivas e dificuldades dos participantes, realizamos alguns questionamentos, como:

1. Quais foram as suas dificuldades na construção dos *nós do cotidiano e nós matemáticos*?

> **P1:** *Minha maior dificuldade foi na construção dos nós do cotidiano.*
>
> **P2:** *Confesso que minha maior dificuldade foi na construção dos nós matemáticos, devido suas particularidades.*
>
> **P3:** *Muitas, pois nunca tinha me deparado com nós matemáticos como os tais apresentados na oficina. Tive dificuldade na manipulação por serem mais complexos do que o do cotidiano.*

É possível inferir que a dificuldade em se trabalhar com os *nós* se deve mais ao desenvolvimento perceptivo e motor dos participantes do que em virtude da complexidade das tarefas propostas. Especulamos que crianças teriam maiores êxitos na manipulação dos materiais, haja vista que não estariam tolhidas pela possibilidade de errar, situação esta que já estamos acostumados a vivenciar em outras práticas do grupo, por serem adultos.

2. Quais tópicos da oficina mais despertou o seu interesse? Justifique.

> **P1:** *As abordagens históricas em relação aos nós, que está presente em diversas áreas. E principalmente, das discussões sobre as pesquisas e aplicações dos nós. Além disso, as construções dos nós realizados na oficina.*

> **P3:** *A epistemologia dos nós do cotidiano e a sua importância na vida dos indivíduos.*

> **P14:** *A parte em que foi mostrado um vídeo com a construção de diferentes tipos de nós e suas origens.*

O caráter informativo parece ter sido o que imperou na percepção dos participantes. De certo modo este comportamento já nos era esperado. Quando um conjunto de informações trás novos conhecimentos, os quais não se possua um construtor prévio que possa ancorá-lo, o que se dará maior atenção e propriedade é àquilo com o que já possui certa relação. Isto é, como a *Teoria dos Nós*, algo do ramo da Geometria chamado de Topologia lhes propõe avançar para além da ideia de uma Geometria espacial clássica, habitualmente trabalhada no ensino e passível de similaridade com o cotidiano, o primeiro ponto de apoio, portanto de conforto é o que justamente associa o novo ao que já se conhece, e que neste caso são as aplicações cotidianas dos nós.

É importante salientar aqui justamente a importância de se avançar para outras formas de pensar e agir em relação à Geometria, e uma forma de realizar esta prática é avançando as discussões de sala de aula para outras percepções espaciais, que encerram outras lógicas de estruturação e linguagem. Assim, os estudantes estarão preparados para perceber nas relações do mundo outras facetas antes não percebidas.

3. De acordo com a apresentação da oficina e as discussões levantadas, essa teoria pode ser trabalhada no Ensino Básico no estudo de Topologia?

> **P1:** *Sim! Pois foi possível realizar algumas manipulações que tratam de formas geométricas.*

> **P4:** *Sim! Pois realizamos manipulações com modelos físicos de uma geometria pouco conhecida e interessante.*

Algumas colocações ratificam a possibilidade de emprego da *Teoria dos Nós* como componente curricular no Ensino Básico. Contudo, advertimos ser necessário um sério aprofundamento em termos de formação de professores para lidarem com a Topologia e a *Teoria dos Nós* do modo que tais saberes necessitam, sem que sejam reduzidos a meros coadjuvantes no grande roteiro da Geometria Clássica. Evidenciamos isso quando **P1** nos fala sobre a possibilidade de "realizarmos algumas manipulações que tratam de formas geométricas". Não nos é claro se está assumindo a existência de novas formas geométricas ou se está a reduzir os *nós* a um conjunto de formas como as que observamos na Geometria Euclidiana.

As experiências na execução desta oficina, além de necessárias à exploração de novas ideias para se trabalhar a Geometria no Ensino Básico, evidenciam ser a discussão e manipulação dos *nós* excelentes práticas para a o desenvolvimento de habilidades matemáticas como concentração, representação do observado e percepção espacial.

O quadro abaixo apresenta, ao nosso ver, algumas das competências e habilidades que poderão ser desenvolvidas pelos alunos em matemática ao longo do Ensino Médio. Essas competências e habilidades estão de acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCNEM), com a matriz do novo Exame Nacional do Ensino Médio (novo ENEM), com o Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB), bem como com as orientações curriculares para o Novo Ensino Médio, publicadas recentemente pelo Ministério da Educação (MEC).

Tabela 1. (MEC/BRASIL, 1999, 2008, 2009) Competências e Habilidades em Matemática.

Competências da Área	Habilidades Especificas em Matemática
Representar e comunicar	• Descrever situações do cotidiano que gerem modelos matemáticos. • Converter linguagem natural em linguagem matemática. • Dominar o uso de ferramentas e objetos da matemática.
Compreender e investigar fenômenos, intervindo em situações reais.	• Realizar observações. • Formular questões. • Estabelecer relações. • Planejar e fazer experimentos.

Fonte: BRASIL (2009).

Desse modo, a *Teoria dos Nós* vem com o intuito de intensificar a relação entre teoria e prática nas aulas, pois auxilia no desenvolvimento de competências e habilidades de indivíduos diante de novas situações de ensino e aprendizagem, bem como proporciona o trabalho com objetos que estão presentes em diversas atividades do cotidiano e que não são foram devidamente exploradas até então pela escola.

Como síntese das atividades desenvolvidas na oficina, verificamos que a primeira atividade foi um momento de supressa para os participantes, por ser um primeiro contato com os *nós* sob uma perspectiva diferente, pois foram apresentados técnicas construtivas de manuseio em diversas civilizações, desde seu surgimento ao processo de adaptação e formalização matemática feita por Gauss (produção de 1825 - 1844), que se denominou *Teoria dos Nós*. Com isso, podemos caracterizar o desenvolvimento da atividade como bem-sucedida, pois após uma discussão com os participantes verificamos que todos compreenderam o surgimento dos *nós* e construíram uma percepção dos *nós matemáticos*. Além disso, os participantes estabeleceram algumas relações dos *nós do cotidian*o apresentados com suas atividades cotidianas, o que despertou ainda mais o interesse.

Na segunda atividade, percebemos que os participantes conseguiram destacar as principais características que diferenciam um *nó do cotidiano* de um *nó matemático*. Sob essa perspectiva, evidenciamos que os participantes retiveram os conhecimentos específicos necessários para diferenciar ambos os grupos de *nós*.

A partir disso, na terceira atividade os participantes tiveram algumas dificuldades na construção dos *nós do cotidiano*. Entretanto, conseguiram construir os modelos matemáticos a partir de breves discussões, nas quais apontam a possibilidade de aplicação da *Teoria dos Nós* como conteúdo matemático do Ensino Básico, embora acreditemos que a *Teoria dos Nós* não se trata de um tema trivial, portanto não deve ser tratada de modo ingênuo com os estudantes.

> Podemos afirmar que a *Teoria dos Nós* carrega consigo uma enorme capacidade de tratar formas geométricas no campo prático do estudo, pois a compreensão da teoria depende também da construção de modelos físicos. Dessa forma, os *nós* matemáticos possuem o poder para otimizar a ligação entre teoria e prática nas aulas, fato suficiente para justificar o estudo (SANTOS, 2014, p. 79).

Parece-nos evidente que a *Teoria dos Nós* possui um enorme potencial científico e educacional, e acreditamos ser possível acessá-la desde o Ensino Fundamental até o Ensino Superior. Esta ação também possibilita a utilização dessa teoria como meio para interligar e ao Ensino Superior com o Ensino Básico, atribuindo significado a certas situações que carecem de apreciação nos anos elementares do ensino, mas que só possuem espaço de tratamento no Ensino Superior.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho teve como objetivo analisar uma abordagem da *Teoria dos Nós* para o Ensino Básico de Matemática, como estratégia didática para o ensino das formas geométricas presentes na Topologia.

A partir de discussões realizadas com os professores da rede pública e graduandos da Licenciatura em Matemática, mobilizadas por meio da aplicação de atividades prático-reflexivas em uma oficina, foi-nos possível inferir que a *Teoria dos Nós* pode ser desenvolvida no ambiente Escolar. Em especial do 6º ao 9º anos do Ensino Fundamental e ao longo do Ensino Médio, pois pode ser trabalhada com modelos físicos para a aprendizagem da percepção espacial, bem como seu aprofundamento se desdobra em conteúdos como: polinômios, sistemas de equações, matrizes etc.

Nessa perspectiva, acreditamos no potencial da *Teoria dos Nós* como subsídio ao tratamento de temas matemáticos já presentes no sistema de ensino, indicando que nosso processo de investigação tem nos propiciado evidências de que o tema dos *nós* pode nos auxiliar na construção de tarefas promotoras de discussões e racionalidades pelos alunos que contribuem para seu desenvolvimento perceptivo, lógico e dedutivo; habilidades estas imprescindíveis à aprendizagem da matemática. Desse modo, a abordagem nos proporcionou verificar que a *Teoria dos Nós* pode ser viável como estratégia de ensino, desde que sejam feitas algumas adaptações.

Nesse sentido, deixamos o convite para que professores de matemática e educadores em geral observem o potencial da *Teoria dos Nós*, pois é sem dúvidas um instrumento de ensino da Geometria que despontará nos próximos anos, sobretudo, associado a princípios computacionais e explorações de outras lógicas de pensamento, ainda pouco exploradas no Ensino Básico brasileiro.

REFERÊNCIAS

COLIN, Adams C. **The knot book:** an elementary introduction to the mathematical theory of knots. Williamstown, Ma: American Mathematical Society, 1994. 323 p.

COURANT, Richard; ROBBINS, Herbert. **O que é Matemática?:** Uma abordagem elementar de métodos e conceitos. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2000. 319 p.

DIAS, Alan. **Arquitetura Indígena no Brasil.** 2011. Disponível em: <https://www.caurn.gov.br/?p=10213>. Acesso em: 20 out. 2019.

DIAS, Sônia M. **Introdução a *Teoria dos Nós*.** Dissertação (Mestrado) - Curso de Matemática, Departamento de Matemática, Universidade do Minho. Braga – Pt: 2004. 123 p.

GODOY, Arilda Schmidt. Pesquisa Qualitativa: Tipos fundamentais. **Revista de Administração de Empresas.** São Paulo, v. 35, n. maio. 1995.

GRIFFITH Institute, University of Oxford. **Tutankhamun**: Anatomy of an Excavation. Inglaterra, 26 abr. 2006. Disponível em: <http://www.griffith.ox.ac.uk/discoveringtut/>. Acesso em: 12 dez. 2018.

LATTANZI, Guemael Rinaldi. **Nós Legendreanos e seus Invariantes.** Dissertação (Mestrado) - Curso de Matemática, Programa de Pós-Graduação em Matemática, Universidade Federal de Viçosa, Viçosa – Mg: 2013. 69 f. Cap. 3.

LIMA, Telma Cristiane Sasso de; MIOTO, Regina Célia Tamaso. Procedimentos metodológicos na construção do conhecimento científico: a pesquisa bibliográfica. **Katálysis**. Florianópolis, v. 10, n. 2, p.37-45, 03 abr. 2007. Semestral. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/katalysis/article/view/S1414-49802007000300004/5742>. Acesso em: 25 fev. 2020.

MUZÁS, José. **Importância Histórica.** 2014. Disponível em: <http://matematicasmundo.ftp.catedu.es/PROBLEMAS/problemas_importancia_historica.html>. Acesso em: 03 ago. 2019.

OLIVEIRA, Maria Marly. **Sequência Didática Interativa No Processo de Formação de Professores.** Petrópolis, RJ: Vozes, 2013. 288 p.

PERES, Camila Araújo; MOREIRA, Luiz Guilherme Pantoja. **Recreações Topológicas.** TCC (Graduação) - Curso de Matemática, Departamento de Matemática, Estatística e Informática, Universidade Estadual do Pará, Belém – Pa: 2012. 183 f. Cap. 5.

RALEIGH, Duane. **Knots and ropes for climbers.** [s.i]: Stackpole Books, 1998. 96 p. (Outdoor e Natureza). Língua: Inglês.

RISSI, Marlene Rodrigues. **Topologia:** uma proposta metodológica para o Ensino Fundamental. 2008. 42 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Matemática, Programa de Desenvolvimento Educacional – PDE. Universidade Estadual de Maringá. Maringá – PR: 2008.

ROLLAND, Cristian Biosca. **Enciclopédia de los Nudos.** [s.i]: Edimat Libros, 2004. 160 p.

SANTOS, Jose Edi Ackel. **Introdução à *Teoria dos Nós* com Sugestões para o Ensino Básico**.. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT), Universidade Federal de Sergipe. São Cristóvão-SE: 2014. 102p

SILVA, Erilúcia Souza da; LEIVAS, José Carlos Pinto. **Um Estudo sobre Contribuições de Noções de Topologia Geométrica para um Grupo de Mestrandos.** 2012. 9 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Ensino de Física e de Matemática, Centro Universitário Franciscano – Unifra, Manaus - Am, 2012. Disponível em: <http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/maio2013/matematica_artigos/artigo_silva_leivas.pdf>. Acesso em: 25 fev. 2020.

STEWART, Ian. **Em Busca do Infinito:** Uma História da Matemática Dos Primeiros Números À Teoria do Caos. [s.i]: Zahar, 2014. 384 p.

VILCHES, Mauricio A. **Topologia Geral**. Departamento de Análise – IME-UERJ, 2012, Rio de Janeiro. Disponível em: < https://pt.scribd.com/doc/291223291/Topologia-Geral-Mauricioa-Vilches-UERJ>. Acesso em: 02.05. 2018.

ZABALA, Antoni. **A Prática Educativa: Como Ensinar.** Porto Alegre: Penso, 1998. 224 p.

ÍNDICE REMISSIVO

SOBRE OS AUTORES

Emerson Batista Gomes

É Doutor em Educação em Ciências e Matemática pelo Programa REAMEC - UFMT/UFPA (2014), Mestre em Educação em Ciências e Matemáticas pela Universidade Federal do Pará - UFPA /NPADC (2005), Especialista em História e Cultura Afro-Brasileira - UNIFAHE (2021) e Licenciado em Matemática pela Universidade Federal do Pará - UFPA (2002). Professor Adjunto do Departamento de Matemática Estatística e Informática da Universidade do Estado do Pará - DMEI-UEPA. Leciona Cálculo Diferencial e Integral no Centro de Ciências Naturais e Tecnologias e Prática do Ensino da Matemática no Centro de Ciências Sociais e Educação da UEPA. É Coordenador de Área de Matemática do Residência Pedagógica - UEPA Campus X. Coordena o Grupo Colaborativo de Educação Matemática e Educação Afro-Brasileira - GCEM-EAB, e é pesquisador dos grupos de pesquisa TRANSFORMAR e GEDIM do PPGECM/UFPA. É Professor Colaborador do Programa de Mestrado em Educação em Ciências e Matemática - PPGECM da UNIFESPA. Tem experiência na área de Educação Matemática, com ênfase em Formação de Professores, atuando principalmente nos seguintes temas: Prática de Ensino da Matemática, Modelagem Matemática, Matemática para as Engenharias, História da Matemática e Matemática para os Anos Iniciais. Tem desenvolvido atividades técnicas de Planejamento e Avaliação em Educação Profissional com ênfase em Políticas Públicas, Gestão Governamental, Formação de Professores e Avaliação da Aprendizagem.

Natailson de Araujo Sampaio

É Licenciado em Matemática pela Universidade do Estado do Pará – UEPA (2020). Ex-bolsista PIBID UEPA/CAPES. Atuante no Grupo Colaborativo de Educação Matemática e Educação Afro-Brasileira - GCEM-EAB, no Campus X da UEPA em Igarapé-Açu / PA.

Cassiano de Sousa Mota

É Licenciado em Matemática pela Universidade do Estado do Pará – UEPA (2020). Atuante no Grupo Colaborativo de Educação Matemática e Educação Afro-Brasileira - GCEM-EAB, no Campus X da UEPA em Igarapé-Açu / PA. Atuou como Professor no Projeto Olímpiada Brasileira de Matemática nas Escolas Públicas (OBMEP) e como Bolsista de Iniciação à Docência no Programa Institucional de Bolsa à Docência - PIBID/CAPES. Participou do PROGRAMA DE MONITORIA, na função de MONITOR BOLSISTA da disciplina CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL, vinculado ao Departamento de Matemática, Estatística e Informática – DMEI/UEPA. Alcançou Excelência Acadêmica do 1º ao 3º anos do curso de Matemática do Campus de Igarapé-Açu, do Centro de Ciências Sociais e Educação, da Universidade do Estado do Pará.

NOÇÕES DE TEORIA DOS NÓS

Este livro é resultado de estudos realizados no âmbito do Programa de Bolsas de Iniciação à Docência da Universidade do Estado do Pará – PIBID – UEPA, realizado junto a professores da rede pública de ensino e estudantes de Licenciatura em Matemática da UEPA Campus X, no município de Igarapé-Açu, no Nordeste do Estado do Pará. A proposta apresenta uma pesquisa de abordagem qualitativa em que levantamos a discussão sobre a adequação da Teoria dos Nós, um componente do ramo da Geometria chamado Topologia, como componente a ser adaptado ao currículo de Matemática do Ensino Básico, em espacial ao anos finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio.

RFB Editora
Home Page: www.rfbeditora.com
Email: adm@rfbeditora.com
WhatsApp: 91 98885-7730
CNPJ: 39.242.488/0001-07
Av. Governador José Malcher, nº 153, Sala 12, Nazaré, Belém-PA, CEP 66035065

9 786558 895794 >